

# Optimisation en temps réel des batteries pour les microréseaux éloignés

R. Hassani, M. Lambert

G-2024-49

August 2024  
Revised: October 2025

---

La collection *Les Cahiers du GERAD* est constituée des travaux de recherche menés par nos membres. La plupart de ces documents de travail a été soumis à des revues avec comité de révision. Lorsqu'un document est accepté et publié, le pdf original est retiré si c'est nécessaire et un lien vers l'article publié est ajouté.

**Citation suggérée :** R. Hassani, M. Lambert (Août 2024). Optimisation en temps réel des batteries pour les microréseaux éloignés, Rapport technique, Les Cahiers du GERAD G- 2024-49, GERAD, HEC Montréal, Canada. Version révisée: Octobre 2025

**Avant de citer ce rapport technique,** veuillez visiter notre site Web (<https://www.gerad.ca/fr/papers/G-2024-49>) afin de mettre à jour vos données de référence, s'il a été publié dans une revue scientifique.

---

La publication de ces rapports de recherche est rendue possible grâce au soutien de HEC Montréal, Polytechnique Montréal, Université McGill, Université du Québec à Montréal, ainsi que du Fonds de recherche du Québec – Nature et technologies.

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2025  
– Bibliothèque et Archives Canada, 2025

---

The series *Les Cahiers du GERAD* consists of working papers carried out by our members. Most of these pre-prints have been submitted to peer-reviewed journals. When accepted and published, if necessary, the original pdf is removed and a link to the published article is added.

**Suggested citation:** R. Hassani, M. Lambert (August 2024). Optimisation en temps réel des batteries pour les microréseaux éloignés, Technical report, Les Cahiers du GERAD G-2024-49, GERAD, HEC Montréal, Canada. Revised version: October 2025

**Before citing this technical report,** please visit our website (<https://www.gerad.ca/en/papers/G-2024-49>) to update your reference data, if it has been published in a scientific journal.

---

The publication of these research reports is made possible thanks to the support of HEC Montréal, Polytechnique Montréal, McGill University, Université du Québec à Montréal, as well as the Fonds de recherche du Québec – Nature et technologies.

Legal deposit – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2025  
– Library and Archives Canada, 2025

# Optimisation en temps réel des batteries pour les microréseaux éloignés

Rachid Hassani <sup>a, b</sup>

Mathieu Lambert <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ),  
Hydro- Québec, Varennes (Qc), Canada, J3X 1S1

<sup>b</sup> GERAD, Montréal (Qc), Canada, H3T 1J4

Hassani.Rachid@hydroquebec.com  
lambert.mathieu@hydroquebec.com

**August 2024**

Revised: October 2025

**Les Cahiers du GERAD**  
**G-2024-49**

Copyright © 2025 Hassani, Lambert

Les textes publiés dans la série des rapports de recherche *Les Cahiers du GERAD* n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs. Les auteurs conservent leur droit d'auteur et leurs droits moraux sur leurs publications et les utilisateurs s'engagent à reconnaître et respecter les exigences légales associées à ces droits. Ainsi, les utilisateurs:

- Peuvent télécharger et imprimer une copie de toute publication du portail public aux fins d'étude ou de recherche privée;
- Ne peuvent pas distribuer le matériel ou l'utiliser pour une activité à but lucratif ou pour un gain commercial;
- Peuvent distribuer gratuitement l'URL identifiant la publication.

Si vous pensez que ce document enfreint le droit d'auteur, contactez-nous en fournissant des détails. Nous supprimerons immédiatement l'accès au travail et enquêterons sur votre demande.

The authors are exclusively responsible for the content of their research papers published in the series *Les Cahiers du GERAD*. Copyright and moral rights for the publications are retained by the authors and the users must commit themselves to recognize and abide the legal requirements associated with these rights. Thus, users:

- May download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research;
- May not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain;
- May freely distribute the URL identifying the publication.

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

**Abstract :** In this paper, a new deterministic model is developed for the real-time optimization of microgrids with diesel gensets and battery energy storage systems. This new model ensures a better usage of batteries that prevent undesirable behaviour, such as intermittent battery charge and discharge. Furthermore, the model enables implicitly to control battery cycling, based on information provided by upper optimization layers. Also, since some constraints associated with batteries are bilinear (therefore nonlinear) and because performance is critical for real-time optimization, many approximations are proposed to linearize the problem. Among these, the constant voltage approximation and the relative state of charge calculation approximation yield an acceptable performance for real-time optimization, while keeping the approximation error small with respect to the relative state of charge.

**Keywords :** Real-time optimization ; mixed-integer linear programming ; deterministic unit commitment ; microgrids ; battery energy storage systems

**Résumé :** Dans cet article, un nouveau modèle déterministe est développé pour l'optimisation en temps réel de microréseaux alimentés par des groupes électrogènes et des systèmes de stockage d'énergie par batteries. La nouvelle formulation assure une utilisation des batteries qui évite certains comportements indésirables (comme les charges/décharges très intermittentes). En plus, cette formulation permet de contrôler implicitement le cyclage des batteries, en se basant sur des informations envoyées par des couches d'optimisation supérieures. Aussi, comme certaines contraintes associées aux batteries sont bilinéaires (donc non linéaires) et que la performance est critique pour l'optimisation en temps réel, plusieurs approximations sont proposées pour linéariser le problème. Parmi celles-ci, l'approximation de la tension constante et l'approximation du calcul du SOC relatif permettent d'obtenir un niveau de performance acceptable pour l'optimisation en temps réel, tout en ayant une erreur très petite au niveau du SOC relatif.

**Mots clés :** Optimisation en temps réel ; programmation linéaire mixte en nombres entiers ; engagement déterministe de ressources ; microréseaux ; systèmes de stockage d'énergie par batteries

## 1 Introduction

Les réseaux autonomes au Québec sont des réseaux de production et de distribution d'électricité qui ne sont pas reliés au réseau principal d'Hydro-Québec. Ces réseaux desservent des communautés isolées, pour la plupart situées dans des régions éloignées. Ils sont alimentés par des centrales thermiques utilisant des groupes électrogènes, ce qui les rend plus coûteux et plus polluants que le réseau principal, qui est majoritairement alimenté par l'hydroélectricité. Hydro-Québec travaille à la décarbonation des réseaux autonomes pour réduire leur impact environnemental. Pour cela, il est nécessaire de coupler aux groupes électrogènes des sources de production renouvelables, comme la production éolienne, pour réduire la consommation de carburant et les émissions de GES (gaz à effet de serre) [1]. Ce couplage amène de nombreux défis aux microréseaux (réseaux faibles), notamment en raison de la variabilité de la production éolienne [2]. En effet, dans ces réseaux, l'introduction de cette production variable atteint rapidement une proportion élevée par rapport à celle des groupes électrogènes. Par conséquent, il peut être nécessaire de maintenir plusieurs groupes en marche pour pallier une baisse soudaine de la production éolienne et pour maintenir la tension et la fréquence du réseau [3, 4]. Afin d'éviter de maintenir des groupes électrogènes en marche (et donc de consommer du carburant), plusieurs autres ressources, appelées équipements de jumelage, peuvent être utilisées pour fournir ces services au réseau, laissant au besoin le temps de démarrer des groupes électrogènes. Parmi ces ressources, les systèmes de stockage d'énergie par batteries sont les plus couramment utilisés. Dans cet article, nous utiliserons les dénominations *batteries* et *système de stockage* pour désigner ces systèmes, afin d'alléger la lecture, lorsque cela ne présente aucune ambiguïté.

De nombreuses approches heuristiques sont proposées dans la littérature pour le couplage des énergies renouvelables avec les groupes électrogènes [5–8]. Ces méthodes offrent des solutions non optimales et il est souvent difficile d'en évaluer la qualité. Dans un contexte d'optimisation en temps réel, Yuchong et coll. [9] ont développé une approche basée sur les arbres de décision, démontrant son efficacité en la comparant à une optimisation exacte en nombres entiers mixtes. Cependant, cette approche repose sur des hypothèses qui ne sont pas applicables dans notre contexte. Par exemple, l'hypothèse de mettre en marche et d'arrêter tous les groupes électrogènes simultanément constitue une simplification de notre problème, où la configuration de chaque groupe électrogène est prise en compte individuellement. De plus, le pas de temps considéré dans le travail de Yuchong et coll. [9] est de 5 minutes. Un tel pas de temps ne nous permet pas, dans notre contexte, de prendre en compte plusieurs contraintes liées aux phases de préchauffage et de refroidissement de chaque groupe électrogène. D'autres heuristiques se basent sur l'apprentissage [10–12] qui performent en termes de rapidité dans des contextes avec un nombre d'actions modéré. Dans notre contexte, le pas de temps que nous considérons rend le nombre d'actions possibles excessivement élevé.

Avant d'aborder la modélisation technico-économique des éoliennes dans l'optimisation en temps réel des réseaux autonomes, nous nous concentrerons dans cet article à la modélisation de ces systèmes de stockage et à son intégration dans le modèle mathématique présenté dans [13], qui concerne les groupes électrogènes. Cette étude s'est basée sur la programmation linéaire en nombres entiers mixtes. La résolution du modèle en question permet de planifier, optimalement et en temps réel, la production pour les 48 prochaines heures. Cet horizon est discrétisé à des périodes d'une minute (au total 2880 minutes dans l'horizon de planification). De plus, la modélisation inclut diverses contraintes : chaque groupe électrogène produit une puissance électrique dans une plage fixe définie par une charge minimale et une charge maximale, et doit respecter des durées de préchauffage, de refroidissement et une durée minimale de fonctionnement après chaque mise en marche. Il y a également des contraintes pour répondre aux normes ISO 8528-1 [14] et pour la répartition de la charge entre les groupes électrogènes en marche.

L'intégration de la modélisation des batteries rend le modèle mathématique complexe à résoudre de manière exacte. En effet, en plus des contraintes mentionnées, certaines contraintes associées aux batteries sont non linéaires, ce qui influencent significativement la complexité du problème. Dans ce

document, nous proposons plusieurs méthodes d'approximation linéaire pour ces formulations non linéaires et les comparons.

Très souvent, la considération de la modélisation des batteries dans un programme linéaire [9, 15–17] conduit à la négligence de la cohérence entre certaines grandeurs physiques (puissance, courant et tension). De plus, pour la considération de pas de temps plus longs : Javier et coll. [18] proposent une formulation linéaire efficace pour gérer simultanément la production et la demande d'énergie sur un horizon roulant d'une journée pour des pas de temps de 15 minutes (au total 96 périodes). Cela représente, dans notre contexte, une simplification excessive pour le problème. Scioletti et coll. [19, 20] ont abordé la problématique de la cohérence physique entre le courant, la tension et la puissance dans un contexte tactique/stratégique où ils résolvent sur une année entière avec une précision horaire, tout en approximant de près la gestion non linéaire des batteries. Pour cela, ils approximent les non linéarités empiriquement ou par la relaxation de McCormick [21]. Pour accélérer la résolution, des coupes ont été ajoutées pour réduire la symétrie et la fonctionnalité de *warmstart* de CPLEX a été utilisée.

À notre connaissance, aucun travail n'a été publié sur la modélisation des batteries dans le contexte de l'optimisation en temps réel, avec un pas de temps d'une minute. Il est important de noter qu'un tel pas de temps impose la prise en compte de différents types de contraintes applicables durant l'exploitation des groupes électrogènes.

## 2 Modèle

Un système de stockage d'énergie par batteries est constitué d'un assemblage de cellules électrochimiques, placées en série pour former une chaîne (ce qui augmente la tension) et plusieurs de ces chaînes sont assemblées en parallèle (ce qui augmente le courant) pour former des modules (batteries). Plusieurs modules sont assemblés en série en chaînes de modules et les chaînes de modules sont assemblées en parallèle pour former la partie « batteries » du système de stockage par batteries. Puisque les batteries fournissent une tension et un courant continu, un convertisseur de puissance est nécessaire pour transformer la tension continue en la tension alternative du réseau électrique et un transformateur est utilisé en sortie pour ajuster le niveau de tension, pour l'isolation galvanique et pour éliminer les harmoniques de rang 3 (avec l'ajout d'un enroulement delta).

### 2.1 Fonction objectif

Comme il a été mentionné dans [13], les coûts associés à la maintenance, ainsi que les coûts reliés à l'énergie consommée par les services auxiliaires ne sont normalement pas considérés dans les coûts d'exploitation d'une centrale, mais la puissance des auxiliaires contribue à la charge totale du microréseau. Par conséquent, il n'y a pas de coût d'exploitation associé au système de stockage d'énergie par batteries. Par contre, pour éviter un cyclage abusif de celui-ci qui mènerait à un vieillissement prématuro de l'actif, une pénalité est ajoutée afin de contrôler le cyclage. La fonction objectif est alors donnée par :

$$\text{minimiser} \quad \text{coûts groupes} + \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \epsilon_b^B (x_{b,t}^{BD} + x_{b,t}^{BC}) + \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t \in \mathcal{T}} c_b^B (n_{b,t}^{BD} + n_{b,t}^{BC}) \quad (1)$$

où  $x_{b,t}^{BD}$  (resp.,  $x_{b,t}^{BC}$ ) est une variable binaire qui représente l'état de décharge (resp., de charge) de la batterie  $b$  à la période  $t$ . On impose une pénalité positive donnée par  $\epsilon_b^B$  lors de l'activation de chacune de ces variables. Cela permet de considérer que ces variables sont nulles, dans une solution optimale, lorsque la batterie en question n'est pas utilisée (la batterie  $b$  n'est ni en charge ni en décharge à la période  $t$ ).

Les variables binaires  $x_{b,t}^{BD}$  et  $x_{b,t}^{BC}$  permettent de définir formellement (voir section 2.6) les variables binaires  $n_{b,t}^{BD}$  et  $n_{b,t}^{BC}$  présentes dans le dernier terme de la fonction objectif avec :

- $n_{b,t}^{BD}$  vaut 1 si la batterie  $b$  change d'état [de décharge à charge/repos] ou bien [de charge/repos à décharge] à la période  $t$ ;
- $n_{b,t}^{BC}$  vaut 1 si la batterie  $b$  change d'état [de charge à décharge/repos] ou bien [de décharge/repos à charge] à la période  $t$ .

Le paramètre  $c_b^B$  correspond à la pénalité appliquée au système de stockage  $b$  pour pénaliser ces changements d'état et par conséquent contrôler son cyclage. Par contre, il ne faut pas directement associer les changements d'état à des cycles. Pour calculer les cycles, une méthode de calcul de cycles, comme l'algorithme du *rainflow* [22–25], peut être utilisée a posteriori, dans le but d'ajuster la pénalité  $c_b^B$  sur l'horizon de planification. Cette optimisation de l'utilisation du système de stockage d'énergie pour en maximiser son usage sur sa durée de vie utile est réalisée par des couches d'optimisation supérieures (c.-à-d., qui regardent sur des horizons de planification à plus long terme).

## 2.2 Contraintes de la demande et de la réserve

Les contraintes globales de la demande dans un réseau autonome peuvent être traduites par le fait que la somme des puissances produites égale à la somme des puissances consommées (équilibre offre-demande). Nous avons alors :

$$P_t^G + \sum_{b \in \mathcal{B}} (p_{b,t}^{BD} - p_{b,t}^{BC}) = D_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (2)$$

où, pour chaque période  $t$  de l'horizon  $\mathcal{T}$ , la somme de la puissance produite par les groupes électrogènes  $P_t^G$  et les puissances actives déchargées  $p_{b,t}^{BD}$  par les systèmes de stockage  $\mathcal{B}$  est égale à la somme de la charge nette  $D_t$  et les puissances actives chargées  $p_{b,t}^{BC}$  par les systèmes de stockage  $\mathcal{B}$ . Il est à noter que  $D_t$  correspond à la charge nette, c.-à-d. à la charge non contrôlable moins la production non contrôlable (p. ex., les panneaux solaires chez les clients, sans contrôle à distance). Par conséquent, il peut y avoir une grande variabilité et une grande incertitude au niveau de la charge nette et il faut garder une certaine réserve au niveau de la production contrôlable afin d'assurer la sécurité du réseau. Cela donne lieu à la deuxième contrainte globale suivante sur la réserve :

$$\bar{P}_t^G + \sum_{b \in \mathcal{B}} \bar{P}_{b,t}^B \geq D_t + R_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3)$$

où  $\bar{P}_t^G$  représente la puissance totale disponible par les groupes électrogènes et  $\bar{P}_{b,t}^B$  représente la puissance disponible par le système de stockage  $b$  à la période  $t$ . La somme de ces dernières doit dépasser ou être égale à la charge nette  $D_t$  plus la réserve requise  $R_t$  à la période  $t$ .

## 2.3 Contraintes sur le SOC, la puissance, la tension et le courant

On définit pour chaque batterie  $b \in \mathcal{B}$  et pour chaque période  $t \in \mathcal{T}$ , la variable continue  $S_{b,t}^B$  qui représente le SOC (*state of charge* : état de charge) relatif, où le terme « relatif » vient le distinguer du SOC (absolu), qui diminue avec la dégradation de la batterie. La valeur de cette variable doit toujours être comprise entre  $S_b^{MIN}$  et  $S_b^{MAX}$  avec :  $0 \leq S_b^{MIN} \leq S_{b,t}^B \leq S_b^{MAX} \leq 1$ . L'introduction de limites inférieure et supérieure sur l'état de charge relatif permet d'éviter qu'un limiteur (en tension) soit activé dans le système de commande de la batterie (*BMS, battery management systems*) lorsque le courant (en valeur absolue) est égal au courant nominal  $I_b^{NOM}$ . Ce phénomène est causé par la loi de Peukert [26], où la capacité effective d'une batterie diminue en fonction du courant de décharge (resp., augmente en fonction du courant de charge), mais la capacité réelle en décharge serait plus grande si le courant de décharge était plus faible (resp., plus faible si le courant de charge était plus faible). Physiquement, ceci peut s'expliquer par la résistance équivalente de la batterie et de sa chute de tension interne, car le système de commande de la batterie surveille le niveau de tension pour établir des limites inférieure et supérieure pour la décharge et la charge de la batterie (les *low battery cut-off voltage* et *high battery cut-off voltage*).

Afin de mettre à jour le SOC relatif de chaque batterie à chaque période, nous utilisons une méthode de calcul des coulombs [27, eq. 4], qui est l'algorithme généralement utilisé en pratique dans les BMS, en introduisant les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} S_{b,1}^B = S_b^0 - \frac{I_{b,1}^B}{n^H Q_b^{MAX}}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ S_{b,t}^B = S_{b,t-1}^B - \frac{I_{b,t}^B}{n^H Q_b^{MAX}}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \end{cases} \quad (4)$$

où  $I_{b,t}^B$  est une variable continue qui représente la valeur du courant CC du système de stockage  $b$  à la période  $t$ . Cette valeur est divisée par  $n^H$ , le nombre de périodes dans une heure, et multiplié par  $Q_b^{MAX}$ , la capacité maximale du système de stockage  $b$  en ampère-heure (Ah). On suppose que puisque l'horizon de planification en temps réel est relativement court, cette capacité maximale est constante, c.-à-d. qu'on néglige la dégradation du système de stockage sur cet horizon de planification. Le calcul de la dégradation se fera dans une couche d'optimisation supérieure afin de mettre à jour cette capacité maximale en fonction de l'état de santé (SOH) de la batterie. Lorsque le système de stockage  $b$  se charge (resp., se décharge), le courant  $I_{b,t}^B$  est négatif (resp., positif). Ainsi, nous augmentons (resp., réduisons) la valeur du SOC à la période  $t$  par rapport à la période  $t - 1$  par la valeur positive (resp., négative)  $-\frac{I_{b,t}^B}{n^H Q_b^{MAX}}$ . À noter que  $S_b^0$  représente la valeur du SOC de la batterie  $b$  au début de l'horizon.

D'une part, la valeur du courant  $I_{b,t}^B$  est définie à l'aide des équations suivantes :

$$1000 \times P_{b,t}^B = I_{b,t}^B V_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5)$$

où le facteur 1000 apparaît pour des raisons de conversion d'unités (kW en W) et où le courant respecte les bornes suivantes :

$$-I_b^{NOM} \leq I_{b,t}^B \leq I_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (6)$$

où  $I_b^{NOM}$  est le courant nominal du système de stockage  $b$ ,  $P_{b,t}^B$  et  $V_{b,t}^B$  représentent respectivement la puissance des batteries du côté CC et la tension CC du système de stockage  $b$  à la période  $t$ . La puissance  $P_{b,t}^B$  est reliée à la puissance active chargée/déchargée du réseau, par les contraintes de la conversion CA/CC :

$$P_{b,t}^B = \frac{1}{\eta_b} p_{b,t}^{BD} - \eta_b p_{b,t}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (7)$$

où  $\eta_b$  est le rendement du système de conversion (incluant le convertisseur, le filtre et le transformateur) pour le système de stockage  $b$ . On suppose que le rendement est symétrique, c.-à-d. qu'il est le même en décharge et en charge, par opposition à certains articles, comme [28, eq. 1].

D'autre part, la tension  $V_{b,t}^B$  est reliée à  $V_{b,t}^{BOC}$ , la tension CC à vide du système de stockage  $b$  à la période  $t$ , et au courant CC  $I_{b,t}^B$  par les contraintes :

$$V_{b,t}^B = V_{b,t}^{BOC} - R_b^B I_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (8)$$

où  $R_b^B$  est la résistance interne équivalente de la batterie du système de stockage  $b$ . Comme on peut le constater dans [29, Fig. 4], la tension à vide de la batterie (de façon similaire à la tension à vide d'une cellule) varie de manière non linéaire en fonction du SOC relatif. Par contre, considérant que les limites  $S_b^{MIN}$  et  $S_b^{MAX}$  sont introduites pour éviter d'activer des limiteurs dans le système de commande de la batterie et puisque la courbe est relativement linéaire au milieu (en négligeant le phénomène d'hystérosis), une régression linéaire est utilisée pour approximer la relation qui relie la tension  $V_{b,t}^{BOC}$  et le SOC. On note par  $A_b$  et  $B_b$  respectivement la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui résulte de cette régression. Nous avons alors les contraintes suivantes :

$$V_{b,t}^{BOC} = A_b S_{b,t}^B + B_b, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (9)$$

## 2.4 Contraintes pour définir les variables binaires des états charge/décharge

Pour chaque batterie  $b$ , on a introduit la variable binaire  $x_{b,t}^{BD}$  qui représente l'état de décharge de la batterie  $b$  à la période  $t$ . La variable  $x_{b,t}^{BD}$  vaut 1 si la batterie  $b$  se décharge à la période  $t$ . Afin d'inclure ces variables dans la formulation, on doit ajouter les contraintes suivantes :

$$p_{b,t}^{BD} \leq x_{b,t}^{BD} P_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (10)$$

où  $P_b^{NOM}$  est la puissance active nominale du système de stockage  $b$ . Lorsqu'un système de stockage  $b$  se décharge à la période  $t$ , alors  $p_{b,t}^{BD} > 0$ . Dans ce cas, les contraintes (10) poussent à activer la variable  $x_{b,t}^{BD}$  et la mettre à 1 (sa seule valeur non nulle possible). Lorsque le système de stockage n'est pas en état de décharge, alors  $x_{b,t}^{BD}$  vaut 0 grâce à la pénalité  $\epsilon_b^B$  dans (1) applicable à l'activation par défaut de ce dernier. En bref, le rôle de cette pénalité est de considérer que la valeur qu'on attribue par défaut à cette variable dans une solution optimale est 0. Avec un raisonnement similaire, on a défini la variable  $x_{b,t}^{BC}$  pour l'état de charge du système de stockage  $b$  à la période  $t$  et aussi les contraintes suivantes :

$$p_{b,t}^{BC} \leq x_{b,t}^{BC} P_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (11)$$

Enfin, puisqu'on ne peut pas charger et décharger une batterie simultanément, on impose ce comportement à l'aide des contraintes suivantes :

$$x_{b,t}^{BD} + x_{b,t}^{BC} \leq 1, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (12)$$

## 2.5 Contraintes de limite pour la puissance disponible

Pour chaque système de stockage  $b$ , la puissance disponible  $\bar{P}_{b,t}^B$  à la période  $t$  sert à borner supérieurement la puissance active déchargée à la même période. Par contre, en charge, la puissance active vient s'ajouter à la puissance nominale du système de stockage  $b$  pour déterminer la puissance disponible  $\bar{P}_{b,t}^B$ , car vu du réseau c'est une charge que l'on peut libérer. Ainsi, cela se traduit par les contraintes suivantes :

$$p_{b,t}^{BD} \leq \bar{P}_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (13)$$

$$\bar{P}_{b,t}^B \leq P_b^{NOM} + p_{b,t}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (14)$$

## 2.6 Contraintes pour le décompte des changements d'état

Soit  $n_{b,t}^{BD}$  une variable binaire qui vaut 1 si la batterie  $b$  change d'état [de décharge à charge/repos] ou bien [de charge/repos à décharge] à la période  $t$ . Ce changement d'état peut être exprimé par l'équation  $n_{b,t}^{BD} = |x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD}|$ . En effet,  $n_{b,t}^{BD}$  doit prendre la valeur nulle si la batterie est en décharge (ou n'est pas en décharge) durant les deux périodes consécutives  $t-1$  et  $t$ . Dans ce cas, nous avons  $|x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD}| = |1 - 1| = 0$  (ou  $|x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD}| = |0 - 0| = 0$ ). Dans le cas où la batterie est en état de décharge à la période  $t-1$  et non à la période  $t$  (ou en décharge à la période  $t$  et non à la période  $t-1$ ), nous avons  $|x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD}| = |0 - 1| = 1$  (ou  $|x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD}| = |1 - 0| = 1$ ). Comme la fonction valeur absolue est non linéaire, on peut la linéariser par les contraintes suivantes, grâce à la pénalité  $c_b^B$  présente dans la fonction objectif (1) :

$$\begin{cases} x_{b,0}^{BD} - x_{b,1}^{BD} \leq n_{b,1}^{BD}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ x_{b,t}^{BD} - x_{b,t-1}^{BD} \leq n_{b,t}^{BD}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \\ x_{b,1}^{BD} - x_{b,0}^{BD} \leq n_{b,1}^{BD}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD} \leq n_{b,t}^{BD}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \end{cases} \quad (15)$$

où  $x_{b,0}^{BD}$  est un paramètre « initial » qui vaut 1 si la batterie  $b$  se décharge au début de l'horizon, sinon ce paramètre vaut 0. De façon similaire, on définit le paramètre  $x_{b,0}^{BC}$  qui vaut 1 si la batterie  $b$  se charge initialement, et vaut 0 sinon.

De manière analogue, on définit la variable binaire  $n_{b,t}^{BC}$  qui vaut 1 si la batterie  $b$  change d'état [de charge à décharge/repos] ou bien [de décharge/repos à charge] à la période  $t$  (c.-à-d.,  $n_{b,t}^{BC} = |x_{b,t-1}^{BC} - x_{b,t}^{BC}|$ ). On linéarise cette équation à l'aide des contraintes suivantes :

$$\begin{cases} x_{b,0}^{BC} - x_{b,1}^{BC} \leq n_{b,1}^{BC}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ x_{b,t}^{BC} - x_{b,t-1}^{BC} \leq n_{b,t}^{BC}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \\ x_{b,1}^{BC} - x_{b,0}^{BC} \leq n_{b,1}^{BC}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ x_{b,t-1}^{BC} - x_{b,t}^{BC} \leq n_{b,t}^{BC}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|]. \end{cases} \quad (16)$$

Le nombre total des changements d'état sur l'horizon de planification est alors donné par :

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (n_{b,t}^{BD} + n_{b,t}^{BC}) \quad (17)$$

## 2.7 Contraintes des groupes électrogènes

Toutes les contraintes présentées dans l'article [13], pour l'ensemble des groupes électrogènes  $\mathcal{G}$ , sont considérées dans cette étude. Elles sont résumées en annexe. Par contre, puisque l'automate de la centrale doit être en mesure de reprendre le contrôle en cas de problèmes et désactiver l'optimiseur, il est nécessaire d'ajouter de nouvelles contraintes pour être compatible avec la méthode actuelle d'exploitation. En effet, comme l'ordre de priorité des groupes doit être entré manuellement, il n'est actuellement pas possible de changer dynamiquement les priorités des groupes via l'optimiseur. Ainsi, les priorités des groupes entrées manuellement doivent être respectées et elles seront envoyées à l'optimiseur. Les nouvelles contraintes consistent donc à considérer un ordre de priorité entre les groupes électrogènes.

Soit  $\sigma$  la permutation qui donne l'ordre de priorité de chaque groupe électrogène :

$$\begin{array}{ccc} \sigma & : & \{1, 2, \dots, |\mathcal{G}|\} \rightarrow \{1, 2, \dots, |\mathcal{G}|\} \\ & g & \mapsto \sigma(g). \end{array}$$

Lorsque nous avons  $\sigma(g) < \sigma(g')$ , alors le groupe  $g$  est plus prioritaire que le groupe  $g'$ . En d'autres termes, il faut utiliser le groupe  $g$  en premier avant d'utiliser le groupe  $g'$  (c.-à-d., de partir le groupe  $g$  avant le groupe  $g'$  et inversement d'arrêter le groupe  $g'$  avant d'arrêter le groupe  $g$ ). Aussi, puisque  $\sigma(g) < \sigma(g')$ , il va de soi que  $g \neq g'$ . Nous avons alors les nouvelles contraintes suivantes :

$$v_{\sigma(g),t}^G \leq v_{\sigma(g'),t}^G, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall g, g' \in \mathcal{G} \text{ tel que } \sigma(g) < \sigma(g') \quad (18)$$

où  $v_{g,t}^G$  représente la variable binaire qui vaut 1 si le groupe  $g \in \mathcal{G}$  est en marche durant la période  $t \in \mathcal{T}$ .

## 3 Approximations linéaires

Le modèle décrit dans la section précédente est un programme mathématique qui contient des contraintes bilinéaires (5). La résolution exacte d'un tel problème (non convexe) sera très coûteuse en matière de temps. Notre contexte qui s'inscrit dans le cadre de l'optimisation en temps réel nous impose de proposer d'autres méthodes dans le but de réduire le temps de calcul. Pour cela, trois méthodes d'approximation sont proposées dans les sections suivantes.

### 3.1 Approximation de la tension constante

La première approximation se base sur l'hypothèse que la tension  $V_{b,t}^B$  de la batterie est constante et égale à sa tension nominale. Se faisant, la relation bilinéaire (5) devient linéaire et la puissance de la batterie devient directement proportionnelle au courant. Par conséquent, si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur dans les contraintes (4) par la tension nominale de la batterie, les contraintes (4) deviennent :

$$\begin{cases} S_{b,1}^B = S_b^0 - \frac{P_{b,1}^B}{n^H E_b^{MAX}}, & \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \\ S_{b,t}^B = S_{b,t-1}^B - \frac{P_{b,t}^B}{n^H E_b^{MAX}}, & \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \end{cases} \quad (19)$$

où  $E_b^{MAX}$  est l'énergie nominale de la batterie  $b$  en kWh (si le  $Q_b^{MAX}$  donné dans le problème est la capacité nominale en Ah de la batterie).

Cette approximation est souvent utilisée dans la littérature, par exemple dans [26, 30], mais il importe de mentionner qu'en supposant que la tension de la batterie est constante, on néglige les contraintes de chute de tension interne (8). Par conséquent, les contraintes (9) ne sont plus utiles. De plus, comme la tension nominale de la batterie est généralement égale à la tension à vide lorsqu'elle est complètement déchargée, il en résulte une sous-estimation (en général) de la tension  $V_{b,t}^B$ . Or, par la relation bilinéaire (5), cette approximation implique une surestimation (en valeur absolue) du courant de la batterie. Ainsi, lors de la décharge, le SOC relatif sera sous-estimé, tandis que lors de la charge, il sera surestimé. De plus, on pourrait atteindre les bornes supérieure ou inférieure en courant (6) avant que les bornes supérieure ou inférieure de  $P_{b,t}^B$  soient atteintes. Ainsi, le fait de négliger les contraintes (6) et (5) dans l'approximation classique pourrait engendrer une solution non réalisable.

### 3.2 Approximation de McCormick

Cette méthode se base sur la relaxation convexe au niveau des contraintes bilinéaires (5), qui consiste à ajouter des contraintes linéaires, appelées contraintes de *McCormick* (voir [21]). Ces contraintes constituent l'enveloppe convexe de la fonction  $(I_{b,t}^B, V_{b,t}^B) \mapsto \frac{I_{b,t}^B \times V_{b,t}^B}{1000}$ . Pour cela, on commence par définir  $V_b^{MIN}$  et  $V_b^{MAX}$ , les meilleures bornes pour chaque batterie  $b$  que nous pouvons obtenir pour  $V_{b,t}^B$ . En effet, puisque  $S_b^{MIN} \leq S_{b,t}^B \leq S_b^{MAX}$ , alors d'après les contraintes (6), (8) et (9) nous pouvons déduire que :

$$\begin{cases} V_b^{MIN} = A_b S^{MIN} + B_b - R_b I_b^{NOM}, & \forall b \in \mathcal{B} \\ V_b^{MAX} = A_b S^{MAX} + B_b + R_b I_b^{NOM}, & \forall b \in \mathcal{B}. \end{cases} \quad (20)$$

Ainsi, les contraintes de *McCormick* dans notre contexte sont les suivantes :

$$P_{b,t}^B * 1000 \leq V_b^{MIN} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_{b,t}^B - V_b^{MIN} I_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (21)$$

$$P_{b,t}^B * 1000 \leq -I_b^{NOM} V_{b,t}^B + V_b^{MAX} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_b^{MAX}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (22)$$

$$P_{b,t}^B * 1000 \geq V_b^{MIN} I_{b,t}^B - I_b^{NOM} V_{b,t}^B + V_b^{MIN} I_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (23)$$

$$P_{b,t}^B * 1000 \geq V_b^{MAX} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_{b,t}^B - I_b^{NOM} V_b^{MAX}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (24)$$

Par contre, cette nouvelle formulation contient la lacune suivante : si  $P_{b,t}^B = 0$ , on n'a aucune garantie que  $I_{b,t}^B = 0$ . En effet, le solveur poussera  $I_{b,t}^B$  à prendre la plus petite valeur négative, car cela fait augmenter le SOC sans avoir de pénalité, ce qui est très rentable, mais influence très négativement le comportement et la cohérence entre les grandeurs physiques  $S_{b,t}^B$ ,  $I_{b,t}^B$ ,  $P_{b,t}^B$  et  $V_{b,t}^B$ . Pour combler cette lacune, nous devons renforcer la formulation par l'ajout de bornes inférieure et supérieure pour la valeur du courant  $I_{b,t}^B$  de la batterie  $b$  à la période  $t$ .

D'après les contraintes (5), on a  $\frac{I_{b,t}^B}{1000} = \frac{P_{b,t}^B}{V_{b,t}^B}$ , et puisque  $V_b^{MIN} \leq V_{b,t}^B \leq V_b^{MAX}$ , on obtient :

$$\begin{cases} \text{si } P_{b,t}^B > 0, \text{ alors } \frac{P_{b,t}^B}{V_{b,t}^{MAX}} \leq \frac{I_{b,t}^B}{1000} \leq \frac{P_{b,t}^B}{V_{b,t}^{MIN}} \\ \text{si } P_{b,t}^B < 0, \text{ alors } \frac{P_{b,t}^B}{V_{b,t}^{MIN}} \leq \frac{I_{b,t}^B}{1000} \leq \frac{P_{b,t}^B}{V_{b,t}^{MAX}} \\ \text{si } P_{b,t}^B = 0, \text{ alors } I_{b,t}^B = 0 \end{cases}$$

Ensuite, d'après les contraintes (7) et (12) on peut déduire que :

$$\begin{cases} \text{si } P_{b,t}^B > 0, \text{ alors } P_{b,t}^B = \frac{1}{\eta_b} p_{b,t}^{BD} \text{ et } p_{b,t}^{BC} = 0 \\ \text{si } P_{b,t}^B < 0, \text{ alors } P_{b,t}^B = -\eta_b p_{b,t}^{BC} \text{ et } p_{b,t}^{BD} = 0 \\ \text{si } P_{b,t}^B = 0, \text{ alors } p_{b,t}^{BD} = 0 \text{ et } p_{b,t}^{BC} = 0 \end{cases}$$

Comme on peut le constater des équations précédentes, les puissances  $p_{b,t}^{BD}$  et  $p_{b,t}^{BC}$  ne peuvent pas être simultanément non nulles. Cela nous permet d'éviter d'introduire des variables binaires pour représenter les cas précédents pour les bornes de  $\frac{I_{b,t}^B}{1000}$ , d'où les nouvelles contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{I_{b,t}^B}{1000} \leq \frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MIN}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MAX}}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \frac{I_{b,t}^B}{1000} \geq \frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MAX}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MIN}}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \end{cases} \quad (25)$$

### 3.3 Approximation du calcul du SOC relatif

Pour améliorer l'approximation de la tension constante, on peut faire un hybride des deux méthodes précédentes, où l'on relaxe les contraintes bilinéaires (5) et où l'on considère que le SOC relatif est calculé à partir de la puissance avec (19), mais tout en gardant les contraintes associées à  $I_{b,t}^B$  et  $V_{b,t}^B$ . De plus, comme les contraintes (5) sont relaxées, on utilise les contraintes précédentes (25) pour relier la puissance au courant et à la tension. De plus, cela permet de resserrer les bornes sur le courant de la batterie, données par (6).

## 4 Résultats

Pour évaluer l'efficacité du modèle proposé, nous avons effectué des tests sur 4 instances ( $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  et  $I_4$ ), dans lesquelles trois groupes électrogènes et un système de stockage d'énergie par batteries sont modélisés. L'optimisation est réalisée sur un horizon de planification de 48 heures avec un pas de temps d'une minute.

**Table 1 – Résultats**

Inst.	Méth. exact.		Temps de calcul en secondes					
	Gap(%)	T(s)	Appr. McCor.		Appr. tens.		Appr. soc	
			Gap≤1%	Gap≈ 0%	Gap≤1%	Gap≈ 0%	Gap≤1%	Gap≈ 0%
$I_1$	1.52	36000	84	158	48	68	48	64
$I_2$	4.70	36000	113	236	47	83	51	80
$I_3$	1.57	36000	169	679	55	188	52	174
$I_4$	2.84	36000	37	468	65	65	52	55
<b>Moy.</b>		36000	100.75	385.25	53.75	101	50.75	93.25

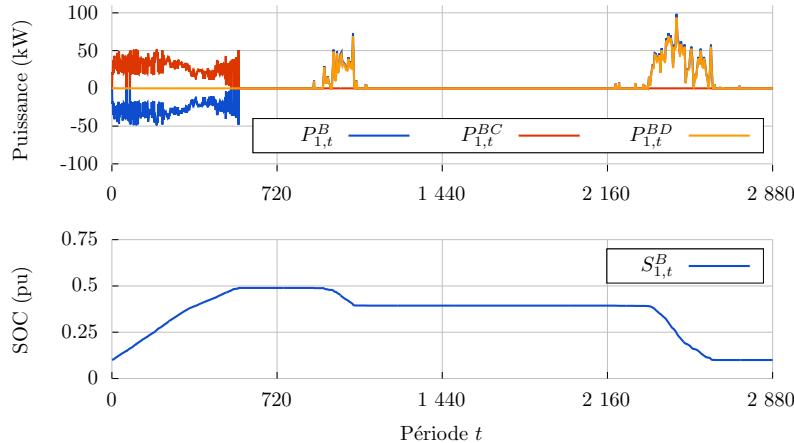
Les résultats obtenus pour les 4 instances sont résumés dans le tableau 1. Pour chaque instance, on résout le problème avec Gurobi, et l'on donne pour la méthode exacte :

- L'écart d'optimalité (**Gap(%)**) de la solution trouvée : cette valeur reflète la qualité de la planification associée à cette solution. Lorsque cette valeur est nulle, cela implique que le solveur a prouvé l'optimalité.

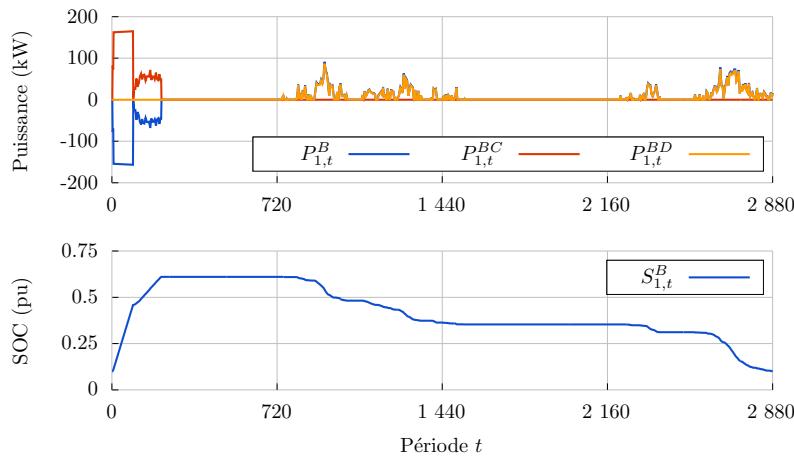
- Le temps de calcul ( $T(s)$ ) requis pour obtenir la planification. Ce temps inclut le temps de la construction du programme mathématique ainsi que le temps de sa résolution en secondes. On limite le temps de calcul à 10 heures pour la résolution avec la méthode exacte.

Pour les méthodes d'approximation, on donne les temps de calcul requis pour obtenir une solution avec un écart d'optimalité inférieur à 1% et avec un écart d'optimalité de  $10^{-4}$ .

En ce qui concerne la méthode exacte, pour l'instance  $I_1$ , Gurobi trouve, après 10 heures de calcul, une solution réalisable avec un écart de 1.5%. Donc, c'est possible que la solution trouvée soit non optimale. Dans ce cas, en plus des coûts réels qu'on peut réduire si on utilise une autre planification qui est optimale ou quasi-optimale, il y a aussi le risque que la planification non optimale puisse révéler un comportement non désiré. Par exemple, dans la figure 1, on peut observer qu'il y a une charge « très intermittente » de la batterie durant les périodes [0, 650]. À noter qu'un écart non nul (solution pour laquelle l'optimalité n'est pas prouvée), n'implique pas forcément l'observation d'un tel comportement (voir la figure 2), mais il y a la possibilité de l'observer. Les tests à ce niveau démontrent que le problème que nous sommes en train de traiter est très difficile en matière de complexité. De plus, il y a beaucoup de symétrie dans le problème, car plusieurs solutions peuvent être équivalentes (à la tolérance de l'écart près) pour la charge et la décharge de la batterie.

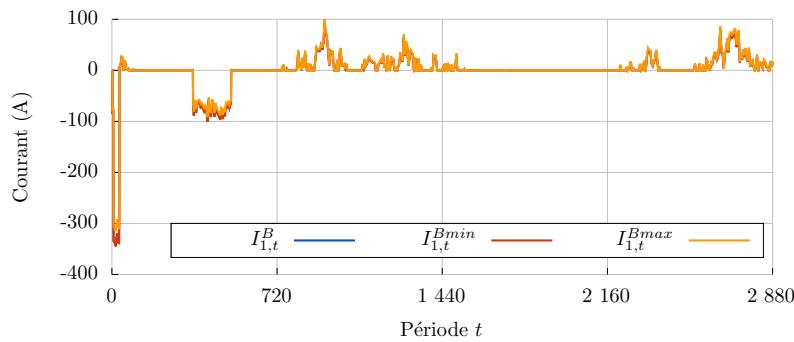


**Figure 1 – Instance  $I_1$  : solution trouvée par la méthode exacte**

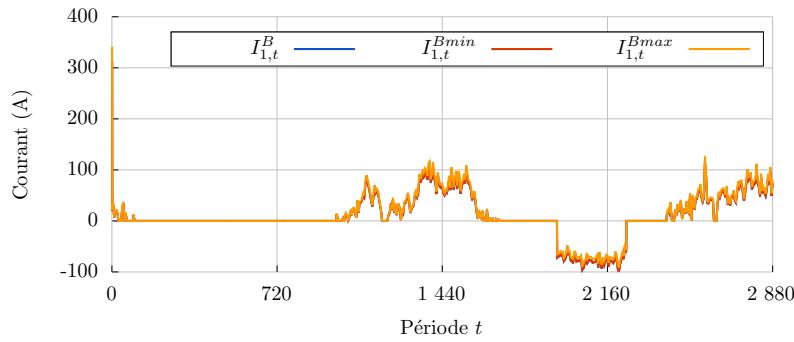


**Figure 2 – Instance  $I_2$  : solution trouvée par la méthode exacte**

Pour les méthodes d'approximation, on réussit à trouver une solution optimale pour les 4 instances. Le temps de calcul est plus important pour la méthode d'approximation de McCormick, avec 6 minutes en moyenne pour obtenir la solution optimale, et plus d'une minute et demie pour obtenir une solution avec un écart d'optimalité inférieur à 1%. Les autres méthodes d'approximation sont beaucoup plus rapides. En effet, la méthode d'approximation du calcul du SOC relatif (resp., de la tension constante) trouve la solution optimale, en moyenne, en moins de 94 (resp., 101) secondes. De plus, on peut obtenir une solution avec un écart d'optimalité inférieur à 1% en moins de 54 secondes en moyenne. La méthode d'approximation du calcul du SOC relatif est plus rapide que la méthode d'approximation de la tension constante. Pour les 4 instances, la rapidité de cette méthode peut être justifiée par la qualité des bornes sur le courant obtenues grâce aux contraintes (25), comme on peut constater sur les figures 3–4. En effet, les contraintes (25) représentent des coupes qui réduisent significativement l'espace des valeurs possibles pour le courant  $I^B$ . Cela influencera aussi l'erreur au niveau de l'estimation du SOC (voir les figures 9–10).



**Figure 3 – Instance  $I_2$  : bornes du courant trouvées par les contraintes (25)**

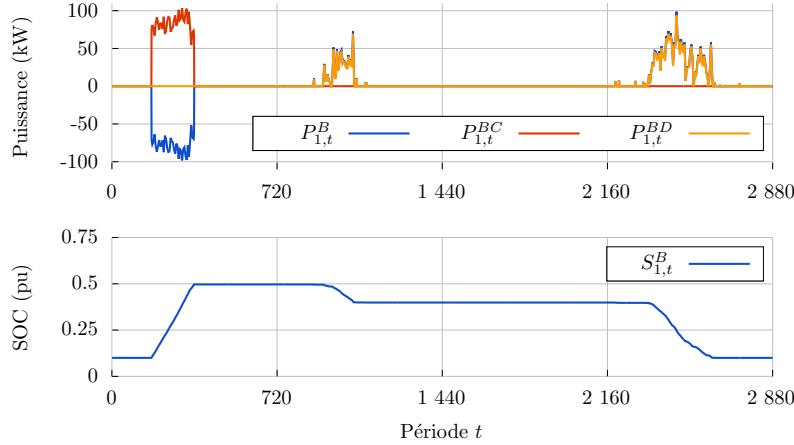


**Figure 4 – Instance  $I_4$  : bornes du courant trouvées par les contraintes (25)**

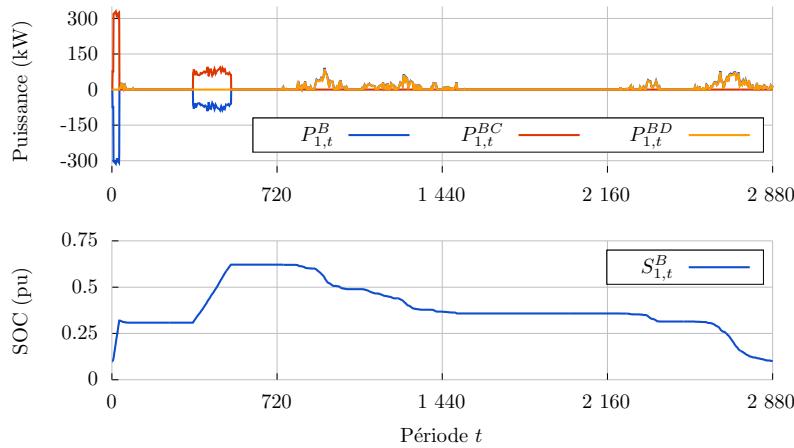
Il est important de noter, comme on peut observer sur les figures 5–8, qu'aucune solution obtenue ne révèle un comportement indésirable au niveau de l'utilisation de la batterie (c.-à-d., intermittente).

Finalement, afin de comparer la qualité des approximations proposées, nous cherchons les valeurs exactes associées aux valeurs de la puissance estimées/utilisées par la méthode d'approximation en question. Pour cela, on fixe la partie de la solution associée aux groupes électrogènes et l'on résout le problème à l'aide de la méthode exacte. En effet, cela permet d'obtenir la même solution, mais avec les bonnes valeurs au niveau du courant, de la tension et de la puissance. Grâce à ces valeurs, on peut calculer la vraie valeur du SOC relatif pour chaque période de l'horizon. D'après les figures 9 et 10, on peut observer que l'analyse proposée dans la sous-section 3.1 est confirmée : le SOC relatif sera sous-estimé lors de la décharge et il sera surestimé lors de la charge. Il importe de souligner que la surestimation remarquable du SOC à la fin de l'horizon par l'approximation de McCormick est due à

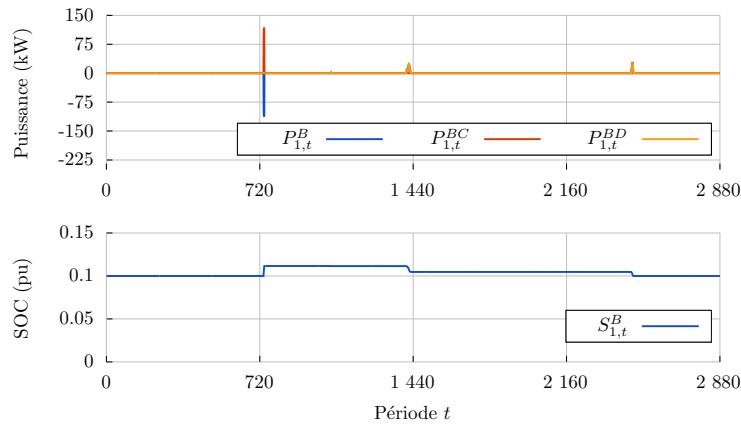
la surestimation de la valeur de la tension pendant les mêmes périodes, comme on peut le constater dans les figures 11 et 12.



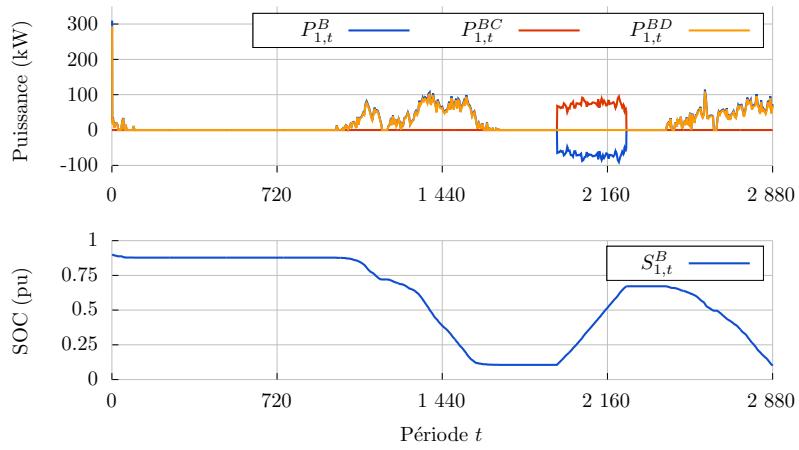
**Figure 5 – Instance  $I_1$  : solution trouvée par les méthodes d'approximations**



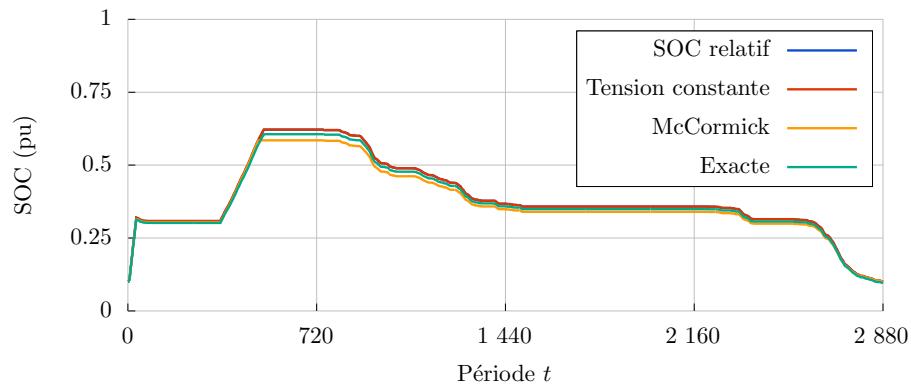
**Figure 6 – Instance  $I_2$  : solution trouvée par les méthodes d'approximations**



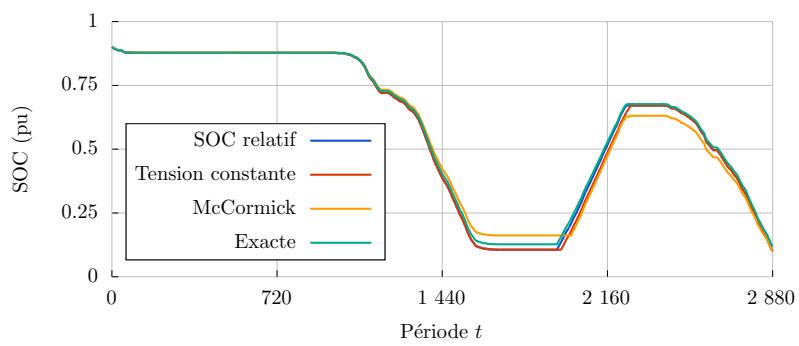
**Figure 7 – Instance  $I_3$  : solution trouvée par les méthodes d'approximations**



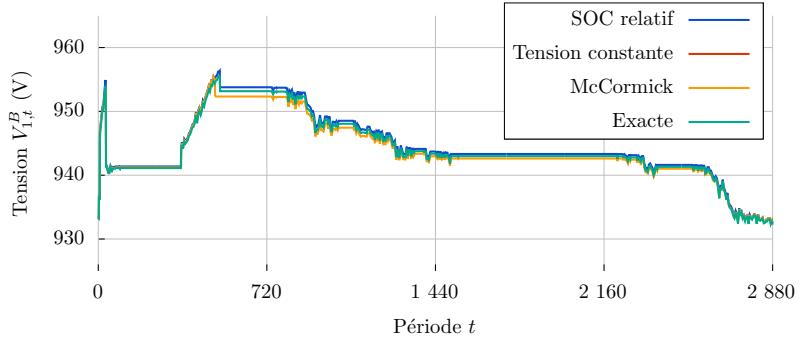
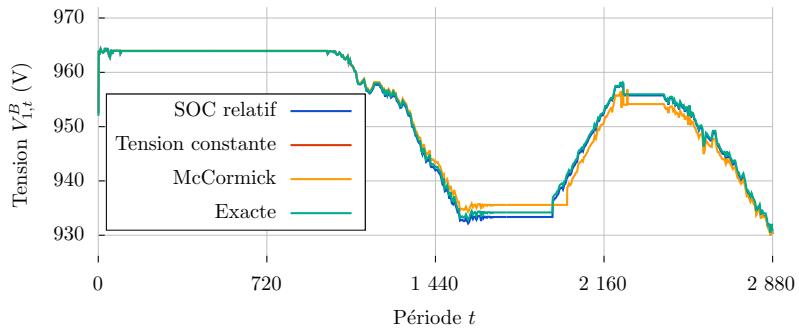
**Figure 8 – Instance  $I_4$  : solution trouvée par les méthodes d'approximations**



**Figure 9 – Instance  $I_2$  : comparaison du SOC**



**Figure 10 – Instance  $I_4$  : comparaison du SOC**

Figure 11 – Instance  $I_2$  : comparaison de la tensionFigure 12 – Instance  $I_4$  : comparaison de la tension

## 5 Conclusion

Dans cet article, une formulation pour intégrer les systèmes de stockage d'énergie par batteries dans la modélisation présentée dans l'article [13] qui concerne les groupes électrogènes a été proposée. Dans cette nouvelle formulation, en plus des contraintes qui assurent une cohérence entre les grandeurs physiques (la tension, le courant et la puissance), on ajoute des contraintes pour éviter des situations d'utilisation des batteries non souhaitables. De plus, nous contrôlons aussi implicitement le cyclage des batteries en nous basant sur des informations envoyées par des couches d'optimisation supérieures. Pour les groupes électrogènes, on a ajouté des contraintes pour imposer un ordre de priorisation par rapport à l'utilisation, fixé par l'utilisateur. Le programme mathématique global de ce problème se qualifie comme difficile : en 10 heures de calcul pour les quatre instances, Gurobi n'est pas parvenu à trouver la solution optimale ni à prouver l'optimalité de la meilleure solution obtenue.

Trois méthodes d'approximation sont proposées pour résoudre ce programme mathématique en un écart de temps admissible selon notre contexte qui s'inscrit dans le cadre de l'optimisation en temps réel.

La première se base sur l'hypothèse que la tension de la batterie est constante et égale la tension nominale de la batterie. La deuxième méthode se base sur la génération de l'enveloppe convexe de la fonction bilinéaire utilisée pour définir la relation entre la puissance, la tension et le courant. Pour cela, nous avons ajouté les contraintes de *McCormick*, ainsi que d'autres contraintes pour renforcer la formulation en assurant une bonne cohérence entre les grandeurs physiques. La troisième méthode d'approximation, plus rapide, consiste à profiter de cette cohérence garantie par ces dernières contraintes et où l'on actualise le SOC relatif en fonction de la puissance.

Selon nos tests, on observe que les méthodes d'approximation de la tension constante et d'approximation du calcul du SOC relatif donnent globalement une très bonne approximation au niveau du SOC relatif. Les légères surestimation et sous-estimation observées n'influencent pas la disponibilité du système de stockage dans le contexte où l'on ajusterait correctement les bornes du SOC pour tenir compte de l'erreur d'approximation.

Enfin, il convient de souligner que l'intégration explicite des contraintes liées à la puissance moyenne mobile des groupes électrogènes peut avoir un impact négatif sur le temps de calcul. Toutefois, ces contraintes peuvent être prises en compte de manière implicite dans notre étude, notamment par une communication avec une couche d'optimisation supérieure. En effet, grâce aux nouvelles contraintes introduites dans la formulation, portant sur l'ordre de priorisation dans l'engagement des groupes électrogènes, il est possible de fixer cet ordre afin de respecter, autant que possible, la limite de puissance moyenne mobile propre à chaque groupe.

Ces résultats ouvrent la voie à une réflexion plus approfondie sur l'utilisation de méthodes heuristiques pour améliorer la résolution de ce type de problème complexe. En effet, face aux limites des solveurs dans un contexte d'optimisation en temps réel, le développement d'heuristiques adaptées pourrait permettre d'obtenir des solutions de qualité avec des temps de calcul réduits. Une exploration systématique de ces approches constitue une perspective prometteuse pour les travaux futurs.

## A Modèle mathématique

### A.1 Fonction objectif (à minimiser)

Coûts réels de la consommation des groupes

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \frac{F}{n^H} [\alpha_g p_{g,t} + \beta_g v_{g,t}] \right) \quad (26)$$

Pénalités de démarrage des groupes

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \omega_g y_{g,t} \quad (27)$$

Pénalités associées à la considération des contraintes de la puissance moyenne pour les groupes électrogènes

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \epsilon \underline{p}_{g,t} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \Delta_k d_{g,t,k} \right) \quad (28)$$

Pénalités de l'utilisation des batteries

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \epsilon_b^B (x_{b,t}^{BD} + x_{b,t}^{BC}) \quad (29)$$

Pénalités associées aux changements d'état des batteries

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \epsilon \underline{p}_{g,t} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \Delta_k d_{g,t,k} \right) \quad (30)$$

## A.2 Contraintes globales

Contraintes de demande et de réserve

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} p_{g,t} + \sum_{b \in \mathcal{B}} (p_{b,t}^{BD} - p_{b,t}^{BC}) = D_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (31)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \bar{p}_{g,t} + \sum_{b \in \mathcal{B}} \bar{P}_{b,t}^B \geq D_t + R_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (32)$$

## A.3 Contraintes des groupes électrogènes

Contraintes de limite pour les groupes électrogènes

$$p_{g,t} \leq \bar{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (33)$$

$$p_{g,t} \leq \bar{P}_g, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (34)$$

$$\bar{P}_g \bar{K}_g x_{g,t} + P_g^U u_{g,t} \geq \bar{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (35)$$

$$\underline{P}_g x_{g,t} + P_g^U u_{g,t} \leq p_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (36)$$

Contraintes de démarrage des groupes électrogènes

$$v_{g,t-1} - v_{g,t} + y_{g,t} - z_{g,t} = 0, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (37)$$

$$v_g^0 - v_{g,t} + y_{g,t} - z_{g,t} = 0, \quad \forall g \in \mathcal{G}, t = 1 \quad (38)$$

$$\sum_{k=t-T_g^S, k \geq 1}^t y_{g,k} + 1 = u_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [1, L_g^S] \quad (39)$$

$$\sum_{k=t-T_g^S, k \geq 1}^t y_{g,k} = u_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [L_g^S + 1, |\mathcal{T}|] \quad (40)$$

Contraintes d'arrêt des groupes électrogènes

$$\sum_{k=t-T_g^A+1, k \geq 1}^t z_{g,k} = 0, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [1, L_g^A] \quad (41)$$

$$\sum_{k=t-T_g^A+1, k \geq 1}^t z_{g,k} = w_g^0, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [L_g^A + 1, T_g^A] \quad (42)$$

$$\sum_{k=t-T_g^A+1, k \geq 1}^t z_{g,k} = w_{g,t-T_g^A}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [T_g^A + 1, |\mathcal{T}|] \quad (43)$$

$$v_{g,t} - u_{g,t} - w_{g,t} = x_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (44)$$

## Contraintes de la puissance moyenne pour les groupes électrogènes

$$\hat{p}_{g,t-1} + \frac{p_{g,t} - \hat{p}_{g,t-1}}{\hat{N}} = \hat{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (45)$$

$$\hat{p}_g^0 + \frac{p_{g,t} - \hat{p}_g^0 v_{g,t}}{\hat{N}} = \hat{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, t = 1 \quad (46)$$

$$\hat{p}_{g,t-1} + \frac{p_{g,t} - \hat{V}_{g,t-1}}{\hat{N}} = \hat{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (47)$$

$$\hat{V}_{g,t-1} \leq \bar{P}_g v_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (48)$$

$$\hat{V}_{g,t-1} \leq \hat{p}_{g,t-1}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (49)$$

$$\hat{p}_{g,t-1} - \hat{V}_{g,t-1} \leq \bar{P}_g (1 - v_{g,t}), \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (50)$$

$$\underline{p}_{g,t} \geq 0.3 \bar{P}_g v_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (51)$$

$$\underline{p}_{g,t} \geq p_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (52)$$

$$0.7 \bar{P}_g v_{g,t} + \sum_{k \in K} d_{g,t,k} \geq \hat{p}_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (53)$$

$$d_{g,t,k} \leq \frac{0.3}{K} \bar{P}_g, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (54)$$

## Contraintes de partage de charge pour les groupes électrogènes

$$\bar{P}_g S_{g,t} + P_g^U u_{g,t} = p_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (55)$$

$$S_{g,t} \leq x_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (56)$$

$$S_{g,t} \leq s_t, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (57)$$

$$s_t - S_{g,t} \leq 1 - x_{g,t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (58)$$

## Contraintes d'ordre de priorité entre les groupes électrogènes

$$v_{\sigma(g),t}^G \leq v_{\sigma(g'),t}^G, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall g, g' \in \mathcal{G} \text{ tel que } \sigma(g) < \sigma(g') \quad (59)$$

**A.4 Contraintes des batteries**

## Contraintes sur la puissance pour les batteries

$$\frac{1}{\eta_b} p_{b,t}^{BD} - \eta_b p_{b,t}^{BC} = P_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (60)$$

## Contraintes sur la tension et le courant pour les batteries (ne sont pas utilisées pour la méthode d'approximation de la tension constante)

$$A_b S_{b,t}^B + B_b = V_{b,t}^{BOC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (61)$$

$$V_{b,t}^{BOC} - R_b^B I_{b,t}^B = V_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (62)$$

$$-I_b^{NOM} \leq I_{b,t}^B \leq I_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (63)$$

## Contraintes de limite pour la puissance disponible pour les batteries

$$p_{b,t}^{BD} \leq \bar{P}_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (64)$$

$$P_b^{NOM} + p_{b,t}^{BC} \geq \bar{P}_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (65)$$

## Contraintes pour définir les états des batteries

$$p_{b,t}^{BD} \leq x_{b,t}^{BD} P_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (66)$$

$$p_{b,t}^{BC} \leq x_{b,t}^{BC} P_b^{NOM}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (67)$$

$$x_{b,t}^{BD} + x_{b,t}^{BC} \leq 1, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (68)$$

## Contraintes pour le comptage des changements d'état pour les batteries

$$x_{b,0}^{BD} - x_{b,1}^{BD} \leq n_{b,1}^{BD}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (69)$$

$$x_{b,t}^{BD} - x_{b,t-1}^{BD} \leq n_{b,t}^{BD}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (70)$$

$$x_{b,1}^{BD} - x_{b,0}^{BD} \leq n_{b,1}^{BD}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (71)$$

$$x_{b,t-1}^{BD} - x_{b,t}^{BD} \leq n_{b,t}^{BD}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (72)$$

$$x_{b,0}^{BC} - x_{b,1}^{BC} \leq n_{b,1}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (73)$$

$$x_{b,t}^{BC} - x_{b,t-1}^{BC} \leq n_{b,t}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (74)$$

$$x_{b,1}^{BC} - x_{b,0}^{BC} \leq n_{b,1}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (75)$$

$$x_{b,t-1}^{BC} - x_{b,t}^{BC} \leq n_{b,t}^{BC}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (76)$$

## Contraintes de SOC pour les batteries dans la méthode d'approximation de la tension constante

$$S_b^0 - \frac{P_{p,1}^B}{n^H E_b^{MAX}} = S_{b,1}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (77)$$

$$S_{b,t-1}^B - \frac{P_{b,t}^B}{n^H E_b^{MAX}} = S_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (78)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MIN}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MAX}} \geq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (79)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MAX}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MIN}} \leq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (80)$$

Contraintes de SOC pour les batteries dans la méthode d'approximation du calcul du SOC relatif

$$S_b^0 - \frac{P_{p,1}^B}{n^H E_b^{MAX}} = S_{b,1}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (81)$$

$$S_{b,t-1}^B - \frac{P_{b,t}^B}{n^H E_b^{MAX}} = S_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in [2, |\mathcal{T}|] \quad (82)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MIN}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MAX}} \geq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (83)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MAX}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MIN}} \leq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (84)$$

Contraintes de SOC pour les batteries dans la méthode exacte

$$S_b^0 - \frac{I_{b,1}^B}{n^H Q_b^{MAX}} = S_{b,1}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (85)$$

$$S_{b,t-1}^B - \frac{I_{b,t}^B}{n^H Q_b^{MAX}} = S_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \geq 2 \quad (86)$$

$$1000 \times P_{b,t}^B = I_{b,t}^B V_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (87)$$

Contraintes de SOC pour les batteries dans la méthode d'approximation de *McCormick*

$$S_b^0 - \frac{I_{b,1}^B}{n^H Q_b^{MAX}} = S_{b,1}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \quad (88)$$

$$S_{b,t-1}^B - \frac{I_{b,t}^B}{n^H Q_b^{MAX}} = S_{b,t}^B, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \geq 2 \quad (89)$$

$$V_b^{MIN} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_{b,t}^B - V_b^{MIN} I_b^{NOM} \geq P_{b,t}^B * 1000, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (90)$$

$$-I_b^{NOM} V_{b,t}^B + V_b^{MAX} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_b^{MAX} \geq P_{b,t}^B * 1000, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (91)$$

$$V_b^{MIN} I_{b,t}^B - I_b^{NOM} V_{b,t}^B + V_b^{MIN} I_b^{NOM} \leq P_{b,t}^B * 1000, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (92)$$

$$V_b^{MAX} I_{b,t}^B + I_b^{NOM} V_{b,t}^B - I_b^{NOM} V_b^{MAX} \leq P_{b,t}^B * 1000, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (93)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MIN}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MAX}} \geq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (94)$$

$$\frac{p_{b,t}^{BD}}{\eta_b V_b^{MAX}} - \frac{\eta_b p_{b,t}^{BC}}{V_b^{MIN}} \leq \frac{I_{b,t}^B}{1000}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (95)$$

## B Nomenclature

### B.1 Ensembles

- $\mathcal{G}$  Groupes électrogènes
- $\mathcal{B}$  Systèmes de stockage
- $\mathcal{T}$  Périodes de l'horizon de planification
- $\mathcal{K}$  Paliers de pénalité pour les groupes électrogènes

## B.2 Paramètres globaux

$D_t$	Charge prévue du micro-réseau en [kW] pour la période $t$
$R_t$	Réserve prévu en [kW] requis pour la stabilité du micro-réseau pour la période $t$

## B.3 Paramètres des groupes

$F$	Coût du carburant diesel [\$/l]
$K$	Nombre de paliers de pénalité ( $=  \mathcal{K} $ )
$n^H$	Nombre de périodes dans une heure
$\hat{N}$	Nombre de périodes pour la fenêtre de la moyenne mobile
$\epsilon$	Petite pénalité [\$/kW] pour l'activation de $\underline{p}_{g,t}$ pour les groupes électrogènes
$\Delta_k$	Pente du segment $k$ en [\$/kW] de la courbe de la pénalité linéaire par morceaux
$\alpha_g$	Pente de la courbe linéaire de débit de carburant du groupe électrogène en [l/h/kW]
$\beta_g$	L'ordonnée de la courbe linéaire de débit de carburant du groupe électrogène en [l/h]
$\underline{P}_g$	Puissance active minimale en [kW]
$\bar{P}_g$	Puissance active nominale en [kW]
$\bar{K}_g$	Puissance de surcharge temporaire du groupe électrogène [pu]
$P_g^U$	Puissance active du groupe électrogène durant la phase du <i>warm-up</i> en [kW]
$T_g^U$	Durée de fonctionnement minimale du groupe électrogène en [périodes]
$T_g^S$	Durée de la phase du <i>warm-up</i> du groupe électrogène en [périodes]
$T_g^A$	Durée de la phase du <i>cooldown</i> du groupe électrogène en [périodes]
$\omega_g$	Pénalité de démarrage du groupe électrogène
$v_g^0$	État de fonctionnement initial du groupe électrogène à $t = 0$
$w_g^0$	Vaut 1 si le groupe électrogène $g$ est initialement en phase du <i>cooldown</i> à $t = 0$ , 0 sinon
$\hat{p}_g^0$	Moyenne mobile initiale de la puissance active du groupe électrogène à $t = 0$ , en [kW]
$L_g^U$	Durée de fonctionnement minimale restante du groupe électrogène à $t = 0$ , en [périodes]
$L_g^S$	Durée restante de la phase du <i>warm-up</i> pour le groupe électrogène, $= \max(L_g^U - T_g^U + T_g^S + 1, 0)$ , à $t = 0$ , en [périodes]
$L_g^A$	Durée restante de la phase du <i>cooldown</i> pour le groupe électrogène, en [périodes]

## B.4 Paramètres des batteries

$\epsilon_b^B$	Pénalité pour l'utilisation de la batterie $b$
$c_b^B$	Pénalité pour le changement d'état d'une batterie
$\epsilon_b^B$	Pénalité pour l'utilisation de la batterie $b$
$S_b^{MIN}$	Minimum de SOC relatif pour la batterie $b$
$S_b^{MAX}$	Maximum de SOC relatif pour la batterie $b$
$P_b^{NOM}$	Puissance nominale de la batterie $b$ côté CA
$I_b^{NOM}$	Courant nominal de la batterie $b$ côté CC
$V_b^{MIN}$	Borne inférieure pour la tension $V_{b,t}^B$
$V_b^{MAX}$	Borne supérieure pour la tension $V_{b,t}^B$
$\eta_b$	Rendement du système de stockage de la batterie $b$

$E_b^{MAX}$	Capacité totale de la batterie $b$
$Q_b^{MAX}$	Capacité maximale de la batterie $b$
$S_b^0$	SOC relatif au début de l'horizon pour la batterie $b$
$x_{b,0}^{BD}$	Vaut 1 si la batterie $b$ se décharge au début de l'horizon, sinon 0
$x_{b,0}^{BC}$	Vaut 1 si la batterie $b$ se charge au début de l'horizon, sinon 0
$R_b^B$	Résistance interne équivalente de la batterie du système de stockage $b$
$A_b$	La pente de la droite utilisée pour approximer la relation qui relie la tension $V_{b,t}^{BOC}$ et le SOC
$B_b$	L'ordonnée de la droite utilisée pour approximer la relation qui relie la tension $V_{b,t}^{BOC}$ et le SOC

## B.5 Variables des groupes

$v_{g,t}$	État de fonctionnement du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$y_{g,t}$	Statut de démarrage du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$u_{g,t}$	Statut de <i>warm-up</i> du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$z_{g,t}$	Statut d'arrêt du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$w_{g,t}$	Statut de <i>cooldown</i> du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$x_{g,t}$	Statut <i>dispatchable</i> du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (binaire)
$p_{g,t}$	Puissance active en [kW] du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (continue)
$\bar{p}_{g,t}$	Puissance active maximale disponible en [kW] du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (continue)
$\hat{p}_{g,t}$	Moyenne mobile de la puissance active en [kW] du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (continue)
$d_{g,t,k}$	Puissance active moyenne excédentaire en [kW] du groupe électrogène $g$ à la période $t$ pour le palier de pénalité $k$ (continue)
$\underline{p}_{g,t}$	Variable utilisée pour linéariser l'expression $\max(30\%\bar{P}_g v_{g,t}, p_{g,t})$ pour le groupe électrogène $g$ à la période $t$ (continue)
$\hat{V}_{g,t-1}$	Variable utilisée pour linéariser le produit $\hat{p}_{g,t-1} v_{g,t}$ pour le groupe électrogène $g$ à la période $t-1$ (continue)
$s_t$	Partage de charge en [pu] de tous les groupes électrogènes dispatchables à la période $t$ (continue)
$S_{g,t}$	Variable utilisée pour linéariser le produit $s_t x_{g,t}$ en [pu] du groupe électrogène $g$ à la période $t$ (continue)

## B.6 Variables des batteries

$x_{b,t}^{BD}$	État de décharge de la batterie $b$ à la période $t$ (binaire)
$x_{b,t}^{BC}$	État de charge de la batterie $b$ à la période $t$ (binaire)
$n_{b,t}^{BD}$	Vaut 1 si la batterie $b$ change d'état [de décharge à charge/repos] ou bien [de charge/repos à décharge] à la période $t$ (binaire)
$n_{b,t}^{BD}$	Vaut 1 si la batterie $b$ change d'état [de charge à décharge/repos] ou bien [de décharge/repos à décharge] à la période $t$ (binaire)
$p_{b,t}^{BD}$	Puissance active déchargée par le système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$p_{b,t}^{BC}$	Puissance active chargée par le système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$P_{b,t}^B$	Puissance des batteries du système de stockage $b$ du côté CC à la période $t$ (continue)

$S_{b,t}^B$	SOC relatif de la batterie $b$ à la période $t$ (continue)
$p_{b,t}^{BD}$	Puissance active déchargée par le système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$I_{b,t}^B$	Courant électrique CC du système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$V_{b,t}^B$	Tension CC du système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$V_{b,t}^{BOC}$	Tension CC à vide du système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)
$I_{b,t}^B$	Courant électrique CC du système de stockage $b$ à la période $t$ (continue)

## Références

- [1] J. G. Vera, “Options for rural electrification in Mexico,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 7, no. 3, pp. 426–433, 1992.
- [2] E. Sosnina, A. Dar’enkova, A. Kurkin, I. Lipuzhin, and A. Mamonov, “Review of efficiency improvement technologies of wind diesel hybrid systems for decreasing fuel consumption,” *Energies*, vol. 16, no. 1, p. 184, 2022.
- [3] Y. Benchaabane, R. E. Silva, H. Ibrahim, A. Ilinca, A. Chandra, and D. R. Rousse, “Computer model for financial, environmental and risk analysis of a wind–diesel hybrid system with compressed air energy storage,” *Energies*, vol. 12, no. 21, p. 4054, 2019.
- [4] I. Skoko, T. Stanivuk, B. Franic, and D. Bozic, “Comparative analysis of CO<sub>2</sub> emissions, fuel consumption, and fuel costs of diesel and hybrid dredger ship engines,” *Journal of Marine Science and Engineering*, vol. 12, no. 6, p. 999, 2024.
- [5] Y. Katsigiannis and P. Georgilakis, “Optimal sizing of small isolated hybrid power systems using tabu search,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, p. 1241, 2008.
- [6] B. Bala and S. A. Siddique, “Optimal design of a PV-diesel hybrid system for electrification of an isolated island—Sandwip in Bangladesh using genetic algorithm,” *Energy for sustainable Development*, vol. 13, no. 3, pp. 137–142, 2009.
- [7] A. Maleki and F. Pourfayaz, “Optimal sizing of autonomous hybrid photovoltaic/wind/battery power system with LPSP technology by using evolutionary algorithms,” *Solar Energy*, vol. 115, pp. 471–483, 2015.
- [8] A. F. Güven, N. Yörükören, and M. M. Samy, “Design optimization of a stand-alone green energy system of university campus based on Jaya-harmony search and ant colony optimization algorithms approaches,” *Energy*, vol. 253, p. 124089, 2022.
- [9] Y. Huo, F. Bouffard, and G. Joós, “Decision tree-based optimization for flexibility management for sustainable energy microgrids,” *Applied Energy*, vol. 290, p. 116772, 2021.
- [10] T. Yang, L. Zhao, W. Li, and A. Y. Zomaya, “Dynamic energy dispatch strategy for integrated energy system based on improved deep reinforcement learning,” *Energy*, vol. 235, p. 121377, 2021.
- [11] C. Guo, X. Wang, Y. Zheng, and F. Zhang, “Real-time optimal energy management of microgrid with uncertainties based on deep reinforcement learning,” *Energy*, vol. 238, p. 121873, 2022.
- [12] K. B. Gassi and M. Baysal, “Improving real-time energy decision-making model with an actor-critic agent in modern microgrids with energy storage devices,” *Energy*, vol. 263, p. 126105, 2023.
- [13] M. Lambert and R. Hassani, “Diesel genset optimization in remote microgrids,” *Applied Energy*, vol. 340, no. 121036, 2023.
- [14] *Reciprocating Internal Combustion Engine Driven Alternative Current Generating Sets — Part 1 : Applications, Ratings and Performance*, ISO Std. 8528-1 : 2018.
- [15] T. Barbier, M. F. Anjos, and G. Savard, “Optimization of diesel, wind and battery hybrid power systems,” *Les Cahiers du GERAD*, no. G-2014-02, 1 2014.
- [16] F. Huneke, J. Henkel, J. A. Benavides González, and G. Erdmann, “Optimisation of hybrid off-grid energy systems by linear programming,” *Energy, Sustainability and Society*, vol. 2, pp. 1–19, 2012.

- [17] J. Hirwa, O. Ogunmodede, A. Zolan, and A. M. Newman, “Optimizing design and dispatch of a renewable energy system with combined heat and power,” *Optimization and Engineering*, pp. 1–31, 2022.
- [18] J. Silvente, G. M. Kopanos, E. N. Pistikopoulos, and A. Espuña, “A rolling horizon optimization framework for the simultaneous energy supply and demand planning in microgrids,” *Applied Energy*, vol. 155, pp. 485–501, 2015.
- [19] M. Scioletti, J. Goodman, A. Newman, and S. Leyffer, “Design and dispatch of a hybrid power generation system for remote locations,” 2015.
- [20] M. S. Scioletti, J. K. Goodman, P. A. Kohl, and A. M. Newman, “A physics-based integer-linear battery modeling paradigm,” *Applied Energy*, vol. 176, pp. 245–257, 2016.
- [21] G. P. McCormick, “Computability of global solutions to factorable nonconvex programs : Part I — convex underestimating problems,” *Mathematical programming*, vol. 10, no. 1, pp. 147–175, 1976.
- [22] N. E. Dowling, “Fatigue failure predictions for complicated stress-strain histories,” *Journal of Materials*, vol. 7, no. 1, pp. 71–87, March 1972.
- [23] H. Okamura, S. Sakai, and I. Susuki, “Cumulative fatigue damage under random loads,” *Fatigue of Engineering Materials & Structures*, vol. 1, no. 4, pp. 409–419, 1979.
- [24] S. D. Downing and D. F. Socie, “Simple rainflow counting algorithms,” *International Journal of Fatigue*, vol. 4, no. 1, pp. 31–40, Jan. 1982.
- [25] *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*, ASTM Std. E1049-85(2017), 2017.
- [26] M. S. Scioletti, J. K. Goodman, P. A. Kohl, and A. M. Newman, “A physics-based integer-linear battery modeling paradigm,” *Applied Energy*, vol. 176, pp. 245–257, 2016.
- [27] K. S. Ng, C.-S. Moo, Y.-P. Chen, and Y.-C. Hsieh, “Enhanced coulomb counting method for estimating state-of-charge and state-of-health of lithium-ion batteries,” *Applied Energy*, vol. 86, no. 9, pp. 1506–1511, 2009.
- [28] Y. Shi, B. Xu, Y. Tan, D. Kirschen, and B. Zhang, “Optimal battery control under cycle aging mechanisms in pay for performance settings,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, no. 6, pp. 2324–2339, Jun. 2019.
- [29] F. Baronti, W. Zamboni, R. Roncella, R. Saletti, and G. Spagnuolo, “Open-circuit voltage measurement of lithium-iron-phosphate batteries,” in *Proc. IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, May 2015, pp. 1711–1716.
- [30] C. Liu, X. Wang, X. Wu, and J. Guo, “Economic scheduling model of microgrid considering the lifetime of batteries,” *IET Generation, Transmission Distribution*, vol. 11, no. 3, pp. 759–767, 2017.