

# Optimisation des positions des annonces sur les moteurs de recherche

Koukla Azeuli   Michel Gamache   Alain Hertz

Département de Mathématiques et Génie Industriel  
École Polytechnique de Montréal

Un chercheur du GERAD vous parle, Avril 2017

# Plan de la présentation I

- 1 Contexte
  - Introduction à la publicité en ligne
  - Problématique
- 2 Modèle
  - Graphe
  - Contraintes
  - Fonction-objectif

# Plan de la présentation II

- 3 Résolution
  - Algorithmes de résolutions
  - Résultats
- 4 Futurs travaux
- 5 Références

## Types de publicité

Principaux types de publicité :

- Annonces textuelles (*Search*)
- Bannières (*Display*)

Quelques canaux de diffusion :

- Moteurs de recherche
- Réseaux de bannières
- Réseaux sociaux
- Mobile
- Courriers électroniques

## Modèles de rémunération

Les plus communs sont :

- Coût-par-clic (*CPC*)
- Coût-par-vue (*CPV*)
- Coût-par-millier d'impressions (*CPM*)

## Campagne sur un moteur de recherche

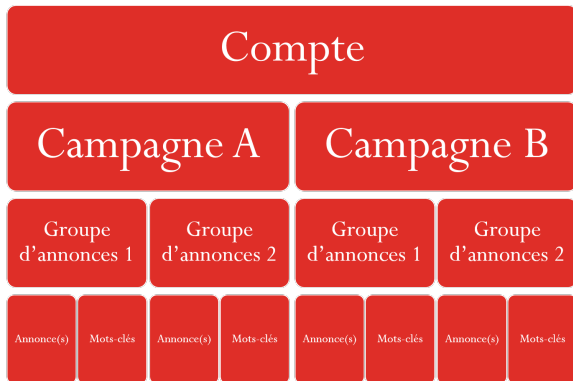


Figure: Structure d'un compte sur un moteur de recherche[2, 4]

# Exemple d'annonces

The image shows a Google search for "assurance" with several annotations:

- Requête** (Query): Points to the search term "assurance" in the search bar.
- Annonces** (Ads): Points to the orange-bordered advertisement section.
- Résultats organiques** (Organic results): Points to the green-bordered section of natural search results.
- Positions** (Positions): A vertical label on the left side of the organic results, with a list of numbers 1, 2, 3, and 4 corresponding to the first four organic search results.

Figure: Exemple de résultats sur un moteur de recherche <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Source : Google. Consulté le 24 avril 2017

# Classement des annonces

Principaux critères de classement utilisés [1, 3] :

- Montant de l'enchère maximale
- Indice de qualité de l'annonce
  - Taux de clics espéré
  - Pertinence de l'annonce
  - Expérience sur la page de destination



# Problématique

Combien miser ?  $\Leftrightarrow$  Quelle position viser ?

Objectif : Déterminer à quelle position placer chaque annonce dans le but de maximiser le profit.

# Graphe

Problème représenté par un graphe  $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{A})$

$x_{(a,b)} \leftarrow$  nombre d'utilisateurs qui sont passés du nœud  $a$  au nœud  $b$

$x_a \leftarrow$  nombre de clics sur l'élément représenté par  $a$ .

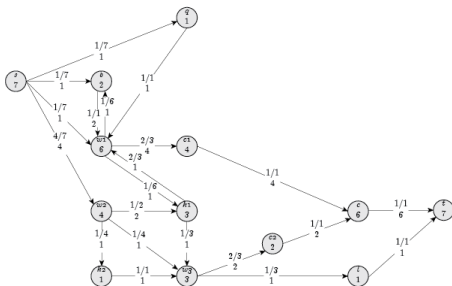


Figure: Exemple de graphe

## Lien entre position, coûts et nombre de clics I

Flot théorique lorsque  $k$  est placé à la position  $p_k$  (formule inspirée de la formule générique de Quinn [5]) :

$$\mu_{(v,k)} = \begin{cases} n_{(v,k)}(\beta_{click})^{p_k - p_k^{init}} & \text{si } p_k \in \{1, 2, \dots, \bar{p} - 1\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

$$\forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}, \forall k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K}$$

## Lien entre position, coûts et nombre de clics II

*CPC* estimé lorsque  $k$  est placé à la position  $p_k$  (formule générique de Quinn [5]) :

$$c_k = \begin{cases} cpc_k(\beta_{cpc})^{p_k - p_k^{init}} & \text{si } p_k \in \{1, 2, \dots, \bar{p} - 1\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

$$\forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}, \forall k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K}$$

## Cas de la perte

Flot théorique vers la perte :

$$\mu_{(v,l)} = \max \left\{ 0, n_{(v,l)} - \delta \sum_{k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K}} (\mu_{(v,k)} - n_{(v,k)}) \right\} \quad (3)$$

$$\forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}$$

## Cas des autres nœuds

$$\mu_{(v,w)} = n_{(v,w)} \quad \forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}, \forall w \in \Gamma_v^+ \setminus \{\mathcal{K} \cup \{I\}\} \quad (4)$$

Ajustement du flot traversant  $v$ 

$$\mu_v = \sum_{w \in \Gamma_v^+} \mu_{(v,w)} \quad \forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\} \quad (5)$$

$$= n_v + \sum_{w \in \Gamma_v^+} (\mu_{(v,w)} - n_{(v,w)}) \quad \forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\} \quad (6)$$

# Écriture polynomiale I

Soit la variable binaire  $y_{k,p}$  telle que  $y_{k,p}$  vaut 1 si  $k$  est à la position  $p$  et 0 sinon

Posons

$$\Delta_{(v,k)}^p = \begin{cases} n_{(v,k)}(\beta_{click})^{p-p_k^{init}} - n_{(v,k)} & \text{si } p \in \{1, 2, \dots, \bar{p} - 1\} \\ -n_{(v,k)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

$$\forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}, \forall k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K}$$



## Écriture polynomiale II

On a alors

$$\mu_{(v,k)} = \sum_{p \in \mathcal{P}} \Delta_{(v,k)}^p y_{k,p} \quad \forall k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \quad (8)$$

$$\mu_{(v,l)} = \max \left\{ 0, n_{(v,l)} - \delta \sum_{k \in \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K}} \sum_{p \in \mathcal{P}} \Delta_{(v,k)}^p y_{k,p} \right\} \quad (9)$$

$$\forall v \in \{\mathcal{V} \mid \Gamma_v^+ \cap \mathcal{K} \neq \emptyset\}$$

## Contraintes de flot

$$x_s = n_s \quad (10)$$

$$\alpha_{(v,w)} = \frac{\mu_{(v,w)}}{\mu_v} \quad \forall (v,w) \in \mathcal{A} \quad (11)$$

$$x_{(v,w)} = \alpha_{(v,w)} x_v \quad \forall (v,w) \in \mathcal{A} \quad (12)$$

$$x_w = \sum_{v \in \Gamma_w^-} x_{(v,w)} \quad \forall w \in \mathcal{V} \setminus \{s\} \quad (13)$$

## Autres contraintes

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} x_k \sum_{p \in \mathcal{P}} y_{k,p} c_{k,p} + \sum_{b \in \mathcal{B}} c_p c_b x_b \leq B \quad (14)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} c_p c_b x_b \leq B_{da} \quad (15)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} y_{(k,p)} = 1 \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (16)$$

$$y_{(k,p)} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall p \in \mathcal{P} \quad (17)$$

$$\alpha_{(v,w)} \geq 0 \quad \forall (v, w) \in \mathcal{A} \quad (18)$$

$$x_v \geq 0 \quad \forall v \in \mathcal{V} \quad (19)$$

$$x_{(v,w)} \geq 0 \quad \forall (v, w) \in \mathcal{A} \quad (20)$$

# Fonction-objectif

$$\max \sum_{v \in \mathcal{C}} r_v x_v - \left( \sum_{k \in \mathcal{K}} x_k \sum_{p \in \mathcal{P}} y_{k,p} c_{k,p} + \sum_{b \in \mathcal{B}} c_p c_b x_b \right) \quad (21)$$

# Tabou 1

## répéter

Évaluer pour chaque mot-clé s'il est préférable d'améliorer ou de détériorer sa position d'une unité;

Appliquer le meilleur changement qui respecte le budget;

Modifier la position du même mot-clé est tabou pendant

$2\sqrt{|\mathcal{K}|}$  itérations;

*jusqu'à respect des critères d'arrêt;*

## Tabou 2

On peut modifier la position de plus d'une unité.

## Tabou 3

On peut dépasser le budget mais avec une pénalité.

## Tabou 4

Cette variante est obtenue de la 2 de la même façon que la 3 est obtenue de la 1.



# Glouton

## répéter

Évaluer pour chaque mot-clé s'il est préférable d'améliorer ou de détériorer sa position d'une unité ou de la maintenir;  
Appliquer tous les changements les uns après les autres en allant toujours chercher la meilleure position;  
Ajouter une pénalité si le changement dépasse le budget;

**jusqu'à** *respect des critères d'arrêt*;

# Résolution de système d'équations

Méthodes de résolution employées :

- CPLEX
- Méthode itérative de Jacobi
- Méthode itérative de Gauss-Seidel
- Une version "optimisée" de la méthode itérative de Gauss-Seidel

## Performance de l'algorithme glouton

**Table:** Temps de calcul de l'algorithme glouton avec les différentes méthodes de résolution de systèmes d'équations linéaires

Graph	optimized Gauss-Seidel			CPLEX			Jacobi			Gauss-Seidel		
	$\underline{t}_{oGS}^{Gr}$	$\overline{t}_{oGS}^{Gr}$	$t_{oGS}^{Gr}$	$\frac{\underline{t}_C^{Gr}}{\underline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{\overline{t}_C^{Gr}}{\overline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{t_C^{Gr}}{t_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{\underline{t}_J^{Gr}}{\underline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{\overline{t}_J^{Gr}}{\overline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{t_J^{Gr}}{t_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{\underline{t}_{GS}^{Gr}}{\underline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{\overline{t}_{GS}^{Gr}}{\overline{t}_{oGS}^{Gr}}$	$\frac{t_{GS}^{Gr}}{t_{oGS}^{Gr}}$
G <sub>3</sub>	0.08	0.23	0.16	253.29	237.32	239.22	3.29	3.53	3.52	0.96	0.99	0.99
G <sub>4</sub>	0.85	2.30	1.39	22.02	24.90	23.22	3.34	2.90	3.35	1.00	0.94	0.99
G <sub>6</sub>	0.08	0.17	0.12	244.99	302.01	294.40	2.91	3.43	3.29	0.89	1.02	0.98
G <sub>7</sub>	1093.04	1997.93	1495.97	1.19	0.83	1.01	3.48	3.49	3.48	1.01	1.01	1.01
G <sub>9</sub>	75.36	226.69	148.55	3.49	2.67	2.98	3.68	3.70	3.69	1.07	1.06	1.07
G <sub>10</sub>	1027.09	2112.46	1522.72	1.86	1.88	2.03	3.28	3.32	3.31	1.02	1.04	1.02
G <sub>11</sub>	317.45	737.52	525.71	1.69	1.43	1.65	3.55	3.50	3.55	1.04	1.03	1.03

## Glouton vs Tabous

**Table:** Comparaison de l'algorithme glouton aux quatre tabous associés à la version optimisée de la méthode de Gauss-Seidel.

Graphe	Temps de calcul					Profits				
	Glouton $t_{oGS}^{Gr}$	Tabou <sub>1</sub> $\frac{t_{oGS}^{T1}}{t_{oGS}^{Gr}}$	Tabou <sub>2</sub> $\frac{t_{oGS}^{T2}}{t_{oGS}^{Gr}}$	Tabou <sub>3</sub> $\frac{t_{oGS}^{T3}}{t_{oGS}^{Gr}}$	Tabou <sub>4</sub> $\frac{t_{oGS}^{T4}}{t_{oGS}^{Gr}}$	Glouton $Z_{oGS}^{Gr}$	Tabou <sub>1</sub> $Z_{oGS}^{Gr} - Z_{oGS}^{T1}$	Tabou <sub>2</sub> $Z_{oGS}^{Gr} - Z_{oGS}^{T2}$	Tabou <sub>3</sub> $Z_{oGS}^{Gr} - Z_{oGS}^{T3}$	Tabou <sub>4</sub> $Z_{oGS}^{Gr} - Z_{oGS}^{T4}$
G <sub>3</sub>	0,08	9,40	5,52	9,32	5,39	-370,29	0,73	$7 \cdot 10^{-8}$	0,73	$7 \cdot 10^{-8}$
G <sub>4</sub>	0,85	28,09	13,20	28,05	13,09	713,23	0,08	0,00	0,08	0,00
G <sub>6</sub>	0,08	27,55	6,00	30,39	6,61	507,53	1,12	1,09	1,12	1,09
G <sub>7</sub>	1093,04	102,13	27,05	101,85	27,04	7243,88	14,30	0,96	14,30	0,96
G <sub>9</sub>	75,36	54,42	24,97	53,56	25,25	-3719,84	25,22	1,24	25,22	1,24
G <sub>10</sub>	1027,09	90,95	25,76	91,17	25,91	21462,73	16,78	0,98	16,78	0,98
G <sub>11</sub>	317,45	57,98	22,88	58,38	23,26	-4843,32	28,54	1,97	28,54	1,97

## Futurs travaux

- Variation de budget
- Variation de *CPC*
- Variation d'objectif

## Références et Lectures suggérées |

- [1] AdWords. Bid on keywords in the adwords auction, 2016. URL <https://support.google.com/adwords/answer/6366577>.
- [2] AdWords. Organize your account with ad groups, 2017. URL <https://support.google.com/adwords/answer/6372655?hl=en>.
- [3] Bing. Learn how bing ads works, 2016. URL <https://help.bingads.microsoft.com/#apex/3/en/53102/0-500>.
- [4] Bing. Introduction to campaigns, ad groups and importing campaigns, 2017. URL <https://advertise.bingads.microsoft.com/en-ca/resources/training/introduction-to-campaigns-ad-groups-and-importing-campaigns>

## Références et Lectures suggérées II

- [5] Patrick Quinn. Modélisation et prédiction du comportement de mots-clés dans des campagnes publicitaires sur les moteurs de recherche. Master's thesis, École Polytechnique de Montréal, 2011.