

Introduction aux métaheuristiques

MTH6311

S. Le Digabel, École Polytechnique de Montréal

H2018

(v2)

Plan

1. Motivation et définitions

2. Classification des méthodes

1. Motivation et définitions

2. Classification des méthodes

Motivation

- ▶ On s'intéresse au problème d'optimisation

$$\min_{x \in \mathcal{X}} \{f(x) : x \in \Omega\}$$

où \mathcal{X} est un ensemble discret et fini et $\Omega \subseteq \mathcal{X}$ est l'ensemble des points réalisables. La fonction objectif f prend ses valeurs sur \mathcal{X} .

- ▶ On peut se ramener au problème

$$f^* = \min_{x \in \Omega} f(x)$$

dont l'ensemble des solutions est $\arg \min_{x \in \Omega} f(x)$.

Motivation (suite)

- ▶ L'intérêt de conserver la description avec deux ensembles \mathcal{X} et Ω est de bien comprendre qu'un algorithme peut générer des points intermédiaires non-réalisables, c'est à dire dans \mathcal{X} et non dans Ω .
- ▶ Sinon, l'ensemble des points réalisables Ω peut correspondre à des points irréalisables d'un point de vue logique, mais celles-ci doivent être pénalisées dans l'objectif f .
- ▶ L'étape de **modélisation** est cruciale !

Motivation (suite)

- ▶ On considère que le problème d'optimisation est \mathcal{NP} -dur et que ne l'on dispose pas d'un algorithme en temps polynomial pour le résoudre, ou de méthode classique efficace.
- ▶ On va donc considérer une **métaheuristique** afin d'obtenir un point de bonne qualité dans un laps de temps raisonnable.

Définitions

- ▶ Une **structure de voisinage** (ou un voisinage) est une fonction N qui associe un sous-ensemble de \mathcal{X} à tout point $x \in \mathcal{X}$. Un point $x' \in N(x)$ est dite **voisin** de x .
- ▶ Un point $x \in \Omega$ est un **minimum local** relativement à la structure de voisinage N si $f(x) \leq f(x')$ pour tout $x' \in N(x) \cap \Omega$.
- ▶ Un point $x \in \Omega$ est un **minimum global** si $f(x) \leq f(x')$ pour tout $x' \in \Omega$. On appellera x une **solution**.
- ▶ Les voisinages dépendent du problème. Cet aspect est donc laissé générique lors de la définition d'une métaheuristique.

Définition

- ▶ Le terme **métaheuristique** vient des mots grecs *meta* (au delà) et *heuriskein* (trouver).
- ▶ Il n'y a pas clairement de consensus sur la définition exacte des heuristiques et des métaheuristiques. Nous allons adopter celles-ci :
 - ▶ Une heuristique est une technique de résolution spécialisée à un problème. Elle ne garantit pas la qualité du point obtenu.
 - ▶ Une métaheuristique est une heuristique générique qu'il faut adapter à chaque problème.

Définition

- ▶ Il ne faut pas confondre métaheuristique et matheuristique.
- ▶ Une **matheuristique** ($\simeq 2006$) est une méthode d'optimisation combinant des techniques métaheuristicques à des algorithmes "classiques" de programmation mathématique (PM).
- ▶ On peut ainsi avoir des métaheuristicques définies ou améliorées par des techniques de PM, ou des métaheuristicques accélérant des algorithmes de PM.
- ▶ **Exemple** : Utiliser une métaheuristique pour générer des colonnes en génération de colonnes.
- ▶ Les matheuristicques sont l'objet du cours du 13 mars.

Définitions de la littérature (1)

I.H. Osman and G. Laporte, *Metaheuristics : a bibliography*.
Annals of Operations Research 63, 513-623, 1996.

“A metaheuristic is formally defined as an iterative generation process which guides a subordinate heuristic by combining intelligently different concepts for exploring and exploiting the search space, learning strategies are used to structure information in order to find efficiently near-optimal solutions.”

Définitions de la littérature (2)

S. Voß, S. Martello, I.H. Osman and C. Roucairol (Eds), *Meta-Heuristics - Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, (1999).

“A metaheuristic is an iterative master process that guides and modifies the operations of subordinate heuristics to efficiently produce high-quality solutions. It may manipulate a complete (or incomplete) single solution or a collection of solutions at each iteration. The subordinate heuristics may be high (or low) level procedures, or a simple local search, or just a constructive method.”

Définitions de la littérature (3)

T. Stützle, *Local Search Algorithms for Combinatorial Problems – Analysis, Algorithms and New Applications*. DISKI – Dissertationen zur Künstlichen Intelligenz. Infix, Sankt Augustin, Germany (1999).

“Metaheuristics are typically high level strategies which guide an underlying more problem specific heuristic, to increase their performance. The main goal is to avoid the disadvantages of iterative improvement and, in particular, multiple descent by allowing the local search to escape from local optima. This is achieved by either allowing worsening moves or generating new starting solutions for the local search in a more “intelligent” way than just providing random initial solutions. Many of the methods can be interpreted as introducing a bias such that high quality solutions are produced quickly.

...

Définitions de la littérature (3)

...

This bias can be of various forms and can be cast as descent bias (based on the objective function), memory bias (based on previously made decisions) or experience bias (based on prior performance). Many of the metaheuristic approaches rely on probabilistic decisions made during the search. But the main difference to pure random search is that in metaheuristic algorithms randomness is not used blindly but in an intelligent, biased form.”

Définitions de la littérature (4)

[Metaheuristics Network Website](#), consulté en janvier 2013.

“A metaheuristic is a set of concepts that can be used to define heuristic methods that can be applied to a wide set of different problems. In other words, a metaheuristic can be seen as a general algorithmic framework which can be applied to different optimization problems with relatively few modifications to make them adapted to a specific problem.”

Définitions de la littérature (5)

Wikipedia, consulté en janvier 2013.

“Une métaheuristique est un algorithme d’optimisation visant à résoudre des problèmes d’optimisation difficile (souvent issus des domaines de la recherche opérationnelle, de l’ingénierie ou de l’intelligence artificielle) pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace. Les métaheuristiques sont généralement des algorithmes stochastiques itératifs, qui progressent vers un optimum global, c’est-à-dire l’extremum global d’une fonction, par échantillonnage d’une fonction objectif. Elles se comportent comme des algorithmes de recherche, tentant d’apprendre les caractéristiques d’un problème afin d’en trouver une approximation de la meilleure solution (d’une manière proche des algorithmes d’approximation).”

Principales caractéristiques

- ▶ Les métaheuristiques sont des stratégies qui permettent de guider la recherche d'une solution.
- ▶ Le but visé par les métaheuristiques est d'explorer l'espace de recherche efficacement afin de déterminer des points (presque) optimaux.
- ▶ Les techniques qui constituent des algorithmes de type métaheuristique vont de la simple procédure de recherche locale à des processus d'apprentissage complexes.
- ▶ Les métaheuristiques sont en général non-déterministes et ne donnent aucune garantie d'optimalité.

Principales caractéristiques (suite)

- ▶ Les métaheuristiques peuvent contenir des mécanismes qui permettent d'éviter d'être bloqué dans des régions de l'espace de recherche.
- ▶ Les concepts de base des métaheuristiques peuvent être décrits de manière abstraite, sans faire appel à un problème spécifique.
- ▶ Les métaheuristiques peuvent faire appel à des heuristiques qui tiennent compte de la spécificité du problème traité, mais ces heuristiques sont contrôlées par une stratégie de niveau supérieur.
- ▶ Les métaheuristiques peuvent faire usage de l'expérience accumulée durant la recherche de l'optimum, pour mieux guider la suite du processus de recherche.

1. Motivation et définitions

2. Classification des méthodes

Classification des méthodes

Il existe plusieurs façons de classer les métaheuristiques. On en donne quelques une, et nous adopterons celle faisant la différence entre les **méthodes de trajectoire** et les **méthodes basées sur une population**.

Classification des méthodes (1)

- ▶ **Méthodes de trajectoire** : Manipulent un seul point à la fois et tentent itérativement d'améliorer ce point. Elles construisent une trajectoire dans l'espace des points en tentant de se diriger vers des solutions. Par exemple :
 - ▶ La **recherche locale**.
 - ▶ Le **recuit simulé** [Kirkpatrick et al., 1983].
 - ▶ La **recherche tabou** [Glover, 1986].
 - ▶ La **recherche à voisinages variables (VNS)** [Mladenović et Hansen, 1997].
- ▶ Méthodes qui travaillent avec une **population de points** : en tout temps on dispose d'une "base" de plusieurs points, appelée population. L'exemple le plus connu est l'**algorithme génétique**.

Classification des méthodes (2)

- ▶ Les métaheuristiques qui s'inspirent de phénomènes naturels. Par exemple, les algorithmes génétiques et les algorithmes des fourmis s'inspirent respectivement de la théorie de l'évolution et du comportement de fourmis à la recherche de nourriture.
- ▶ Les autres, comme la méthode tabou qui n'a semble-t-il pas été inspirée par un phénomène naturel – même si il y a l'utilisation d'une mémoire.

Classification des méthodes (3)

Selon leur manière d'utiliser la fonction objectif :

Certaines métaheuristiques dites **statiques** travaillent directement sur f alors que d'autres, dites **dynamiques**, font usage d'une fonction g obtenue à partir de f en ajoutant quelques composantes qui permettent de modifier la topologie de l'espace des points, ces composantes additionnelles pouvant varier durant le processus de recherche.

Classification des méthodes (4)

Selon le nombre de structures de voisinages utilisées :

Étant donné qu'un minimum local relativement à un type de voisinage ne l'est pas forcément pour un autre type de voisinage, il peut être intéressant d'utiliser des métaheuristiques basées sur plusieurs types de voisinages. L'exemple parfait est le VNS.

Classification des méthodes (5)

Méthodes **avec ou sans mémoire** :

Selon que l'on fait usage de l'historique de la recherche (le passé) ou pas. Avec les algorithmes sans mémoire, l'action à réaliser est totalement déterminée par la situation courante. On différencie généralement les méthodes ayant une mémoire à court terme de celles qui ont une mémoire à long terme.

Classification des méthodes (6)

Selon l'utilisation de la **diversification** et de l'**intensification** :

- ▶ **Diversification** : mécanismes pour une exploration assez large de l'espace de recherche.
- ▶ **Intensification** : exploitation de l'information accumulée durant la recherche et concentration sur une zone précise de \mathcal{X} ou de Ω .

Il est important de bien doser l'usage de ces deux ingrédients afin que l'exploration puisse rapidement identifier des régions de l'espace de recherche qui contiennent des points de bonne qualité, sans perdre trop de temps à exploiter des régions moins prometteuses.