

A. Notions élémentaires - Répondez par Vrai ou Faux.

1. Vrai ou faux : $(a + b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$.
2. Vrai ou faux : $(a \times b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}}$.
3. Vrai ou faux : $|a + b| \leq |a| + |b|$.
4. Vrai ou faux : $|a - b| \leq |a| - |b|$.
5. Vrai ou faux : Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$.
6. Vrai ou faux: Une matrice est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul.

B. Notions élémentaires

7. Simplifiez l'expression $\frac{(n+1)! \times 3^n}{3^{n+1} \times n!}$.
8. Factorisez $2x^3 - 7x^2 - 15x$.
9. Simplifiez l'expression $\ln(a) - \ln(b)$.
10. Donnez la valeur de e^0 .
11. Simplifiez l'expression $(\sin(a + b^2))^2 + (\cos(a + b^2))^2$ lorsque $a \times b = 1$.
12. Trouvez l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ qui satisfont $|x + 3| \leq 5$.
13. Classez les quantités suivantes en ordre croissant lorsque $n \geq 1000$.
a) 2^n b) n^2 c) $n!$ d) $\ln(n)$.

C. Calcul différentiel et intégral

14. Calculez la limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{2n^2 + 1}$.
15. Calculez la dérivée $\frac{d}{dx} e^{x^2+1}$.
16. Calculez la dérivée $\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{\sin(x)} \right)$.
17. Calculez l'intégrale $\int_1^{\infty} \frac{1}{t^2} dt$.
18. Soit $p(x)$ un polynôme de degré $n \in \mathbb{N}$ d'une variable x . Que vaut la $n + 1^e$ dérivée $p^{(n+1)}(x)$?
19. Isolez $g(x)$ dans $f(x) = \frac{d}{dx} g(x)$.

D. Algèbre linéaire

20. Additionnez les vecteurs $\vec{u} = [2 \quad -1]^T$ et $\vec{v} = [3 \quad -5]^T$.
21. Quel est le produit scalaire des vecteurs $\vec{u} = [2 \quad -1]^T$ et $\vec{v} = [3 \quad -5]^T$?
22. Soit $\vec{w}_1 \in \mathbb{R}^2$ et $\vec{w}_2 \in \mathbb{R}^2$. Si $\|\vec{w}_1\| = 2$, $\|\vec{w}_2\| = 3$ et l'angle entre \vec{w}_1 et \vec{w}_2 est $\theta = \frac{\pi}{6}$, que vaut le produit scalaire $\vec{w}_1 \cdot \vec{w}_2$?
23. Que vaut le produit scalaire de deux vecteurs orthogonaux ?
24. Résolvez le système d'équations $2x + 3y = 1$, $-5x + y = -2$.
25. Quel est le déterminant de la matrice $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$?

A. Notions élémentaires - Répondez par Vrai ou Faux.

1. Faux : $(a + b)^{\frac{1}{2}} \neq a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$ ex: $a = b = 1$.
2. Faux avec les nombres réels:
 $(a \times b)^{\frac{1}{2}} \neq a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}}$ lorsque $a < 0$ et $b < 0$.
3. Vrai : $|a + b| \leq |a| + |b|$ (inégalité du triangle).
4. Faux : $|a - b| \not\leq |a| - |b|$ ex: $a = 1$ et $b = -1$.
5. Faux: ce n'est pas nécessairement vrai, il est possible que $x = -1$.
6. Vrai: les deux énoncés sont équivalents.

B. Notions élémentaires

7. $\frac{(n+1)! \times 3^n}{3^{n+1} \times n!} = \frac{n+1}{3}$.
8. $2x^3 - 7x^2 - 15x = x \times (2x^2 - 7x - 15) = x \times (2x + 3) \times (x - 5)$.
9. $\ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$ lorsque $a > 0$ et $b > 0$.
10. $e^0 = 1$.
11. $(\sin(\theta))^2 + (\cos(\theta))^2 = 1$ pour tout $\theta \in \mathbb{R}$.
12. $\{x \in \mathbb{R} : |x + 3| \leq 5\} = [-8, 2]$.
13. $\ln(n) < n^2 < 2^n < n!$.

C. Calcul différentiel et intégral

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)}{4n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \right) = \frac{1}{2}$.
15. $\frac{d}{dx} e^{x^2+1} = e^{x^2+1} \times \frac{d}{dx} (x^2 + 1) = 2xe^{x^2+1}$.
16. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{\sin(x)} \right) = \frac{1}{\sin(x)} - \frac{x \cos(x)}{\sin(x)^2}$.
17. $\int_1^{\infty} \frac{1}{t^2} dt = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_1^m \frac{1}{t^2} dt = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\frac{-1}{t} \right]_1^m = 0 - (-1) = 1$.
18. Soit $p(x)$ un polynôme de degré $n \in \mathbb{N}$ d'une variable x , alors $p^{(n+1)}(x) = 0$.
19. $f(x) = \frac{d}{dx} g(x) \Rightarrow g(x) = \int f(x) dx + c$
où $c \in \mathbb{R}$ est une constante.

D. Algèbre linéaire

20. $[2 \quad -1]^T + [3 \quad -5]^T = [5 \quad -6]^T$.

21. $[2 \quad -1]^T [3 \quad -5] = 6 + 5 = 11$.

22. Si $\|\vec{w}_1\| = 2$, $\|\vec{w}_2\| = 3$ et l'angle entre \vec{w}_1 et \vec{w}_2 est $\theta = \frac{\pi}{6}$,
alors $\vec{w}_1 \cdot \vec{w}_2 = \|\vec{w}_1\| \times \|\vec{w}_2\| \cos(\theta) = 2 \times 3 \times \cos(\frac{\pi}{6}) = 3\sqrt{3}$.

23. Le produit scalaire de deux vecteurs orthogonaux est zéro.

24. $2x + 3y = 1, -5x + y = -2 \Rightarrow x = \frac{7}{17}, y = \frac{1}{17}$.

25. $\det \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = -6 - (-12) = 6$.

Interprétation des résultats

- 0-12: Connaissance insuffisante pour réussir ce cours
- 13-16: Danger - revoir les cours précédents
- 17-20: Assurez-vous de comprendre la source de vos erreurs
- 21-25: Prêt pour le cours.